



<b>Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo</b>			
<b>P1- PROGRAMA DE ASIGNATURA</b>			
<b>Asignatura:</b>	<b>Análisis Matemático II</b>		
<b>Profesor Titular:</b>	<b>Dra. Mercedes Larriqueta</b>		
<b>Carrera:</b>	<b>Licenciatura en Ciencias de la Computación</b>		
<b>Año: 2019</b>	<b>Semestre: segundo</b>	<b>Horas Semestre: 90</b>	<b>Horas Semana: 6</b>

## OBJETIVOS

### ♦ OBJETIVOS GENERALES

- ♦ Adquirir un buen manejo de lenguaje matemático técnico, tanto en forma oral como escrita (coloquial o simbólica).
- ♦ Adquirir destreza y rigor en la aplicación de definiciones a casos particulares y en la comprensión de procesos inductivos y deductivos.
- ♦ Adquirir destreza y rigor en el razonamiento y distinción de condiciones necesarias y suficientes.
- ♦ Desarrollar la capacidad de síntesis para obtener visión global de los temas del programa.
- ♦ Desarrollar capacidad de análisis de situaciones concretas, ubicación del modelo matemático apto para problemas planteados y búsqueda de la solución de problemas en su campo de acción profesional.
- ♦ Manifestar interés por el dominio de los instrumentos analíticos propios del ingeniero.

### ♦ OBJETIVOS PARTICULARES

- ♦ Conocer los conceptos básicos del cálculo diferencial e integral en dos y tres variables y de las series armónicas.
- ♦ Lograr la interpretación geométrica o física de conceptos matemáticos referidos a campos escalares y vectoriales en el plano y en el espacio.
- ♦ Desarrollar habilidad para representar regiones limitadas por curvas en  $R^2$  y por superficies en  $R^3$ .
- ♦ Desarrollar habilidad para reconocer los métodos del Cálculo Diferencial e Integral de Campos escalares y vectoriales, y para operar con ellos.
- ♦ Desarrollar habilidad para reconocer Ecuaciones Diferenciales, plantearlas a partir de problemas concretos, y resolverlas de acuerdo a condiciones prefijadas.
- ♦ Desarrollar habilidad para determinar y utilizar aproximación de funciones mediante desarrollo de Series de Fourier.
- ♦ Demostrar capacidad para utilizar derivadas e integrales en dos o tres variables, series y ecuaciones diferenciales para resolver problemas físicos y geométricos de frecuente aplicación en ingeniería.

## CONTENIDOS

### UNIDAD 1: FUNCIONES CON VALORES VECTORIALES Y MOVIMIENTO EN EL ESPACIO

Curvas en el espacio y sus tangentes: definición de curva, parametrización, funciones componentes, límites, continuidad, derivadas, curva suave y suave por tramos, recta tangente, vectores velocidad y aceleración, reglas de derivación, regla de la cadena. Integrales de funciones vectoriales: integral indefinida e integral definida. Longitud de arco en el espacio: definición de longitud de un arco, fórmula de cálculo, parámetro de longitud de arco con punto base fijo, rapidez de una curva suave, vector tangente unitario. Curvatura y vectores normales de una curva: definición de curvatura de una curva plana suave, fórmula de cálculo de la curvatura, definición de vector unitario principal y fórmula de cálculo, círculo osculador, radio y centro de curvatura; curvatura y vectores normales para curvas en el espacio. Marco de Frenet o marco TNB, componentes tangencial y normal de la aceleración, fórmulas.



## UNIDAD 2: FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES REALES

### 2.A. Definiciones y representaciones gráficas

Definición y nomenclatura, dominios y rangos para funciones de varias variables. Nociones de punto interior, punto frontera, regiones abiertas y cerradas, acotadas y no acotadas, convexas, conexas y simplemente conexas.

Funciones de dos variables: gráficas, curvas de nivel o contornos y trazas.

Funciones de tres variables: gráficas, superficies de nivel.

### 2.B. Derivadas parciales y diferenciales

Límites y continuidad en dimensiones superiores: definición de límite y continuidad; propiedades; criterio de dos trayectorias para demostrar la inexistencia de un límite; continuidad de composiciones; Teorema de existencia de valores extremos de funciones continuas en conjuntos cerrados y acotados.

Derivadas parciales: definición y cálculo; derivadas parciales y continuidad; derivadas parciales de segundo orden, notación; Teorema de la derivada mixta o de Clairaut; derivadas parciales de orden superior. Laplaciano.

Diferenciabilidad: definición, condición suficiente para la diferenciabilidad de una función en un punto (Teorema del incremento para funciones de dos variables); relación entre la continuidad y la diferenciabilidad. Derivación de funciones compuestas, regla de la cadena: funciones de dos variables, funciones de tres variables, funciones definidas en superficies, derivación implícita.

Derivadas direccionales de funciones de dos variables, interpretación, vector gradiente, propiedades de las derivadas direccionales; gradientes y tangentes a curvas de nivel.

Derivadas direccionales de funciones de tres variables, interpretación, vector gradiente, propiedades de las derivadas direccionales; gradientes y vectores normales a superficies de nivel.

Planos tangentes y rectas normales a una superficie en un punto; estimación del cambio en una dirección específica. Aproximación lineal de una función de dos variables, error. Diferenciales: definición de diferencial total. Aproximación lineal de una función de tres o más variables, error. Fórmula de Taylor para funciones de dos o más variables.

### 2.C. Extremos

Valores extremos y puntos de silla: definiciones de máximos y mínimos locales y absolutos, punto crítico y punto de ensilladura o de silla. Criterio de la derivada primera para valores extremos locales. Criterio de la segunda derivada para valores extremos locales, discriminante o Hessiano. Deducción del criterio de la segunda derivada; fórmula del error para aproximaciones lineales. Máximos y mínimos absolutos en regiones cerradas. Multiplicadores de Lagrange: máximos y mínimos con restricciones, método de multiplicadores de Lagrange; Teorema del gradiente ortogonal, aplicación. Multiplicadores de Lagrange con dos restricciones.

Aplicaciones.

## UNIDAD 3: FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES-INTEGRACIÓN

### Integrales Múltiples

Integrales dobles e iteradas sobre rectángulos: definición, integrales dobles como volúmenes, Teorema de Fubini. Integrales dobles sobre regiones generales: integrales dobles sobre regiones acotadas no rectangulares, volúmenes, Teorema de Fubini; determinación de límites de integración; propiedades de las integrales dobles. Áreas por doble integración: áreas de regiones acotadas en el plano, definición; valor medio o promedio de una función sobre una región. Integrales dobles en forma polar: integrales en coordenadas polares, determinación de los límites de integración; área en coordenadas polares; cambio de integrales cartesianas a integrales polares y viceversa.



Integrales triples en coordenadas rectangulares: integrales triples, volumen de una región en el espacio, definición, cálculo de límites de integración; valor promedio de una función en una región en el espacio; propiedades de las integrales triples. Centros de masa: masas y centroides. Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas: coordenadas cilíndricas, definición y ecuaciones de relación con otros sistemas de coordenadas, aplicación al cálculo de integrales; coordenadas esféricas, definición y ecuaciones de relación con otros sistemas de coordenadas, aplicación al cálculo de integrales. Sustitución en integrales múltiples: sustituciones en integrales dobles y triples, definición de matriz Jacobiana y determinante Jacobiano. Fórmula para el cambio de variables.  
Aplicaciones.

## UNIDAD 4: CAMPOS VECTORIALES

### 4.A. Integrales de línea

Integrales de línea: definición, cálculo, aplicación; integral de línea en el plano, interpretación. Campos vectoriales e integrales de línea: trabajo, circulación y flujo, definición de campo vectorial; conceptos de funciones componentes, continuidad, campos gradiente, integrales de línea de campos vectoriales, integrales de línea con respecto a los ejes coordenados, trabajo realizado por una fuerza sobre una curva en el espacio; integrales de flujo y circulación de campos de velocidad, flujo a través de una curva plana. Independencia de la trayectoria, campos conservativos y funciones potenciales: definiciones; integrales de línea en campos conservativos, Teorema fundamental de las integrales de línea y consecuencias.

Formas diferenciables exactas. Teorema de Green en el plano: definición de divergencia de un campo vectorial; giro alrededor de un eje, componente  $k$  del rotacional; dos formas del Teorema de Green, demostración de un caso especial; uso del Teorema de Green para evaluar integrales de línea.

Aplicaciones.

### 4.B. Integrales de superficie

Superficies y áreas: parametrizaciones de superficies, área de una superficie, definición de superficie suave y de área de una superficie suave; fórmula para el área de una superficie que es la gráfica de una función de dos variables. Integrales de superficie: definición y fórmulas. Orientación, superficies orientadas, orientación positiva, cinta de Möbius, botella de Klein. Integral de superficie para el flujo, aplicaciones. Definición de rotor o rotacional de un campo vectorial, interpretación; Teorema de Stokes: enunciado e interpretación; demostración de un caso especial del Teorema de Stokes. Campos conservativos y Teorema de Stokes. Definición de divergencia de un campo vectorial en tres dimensiones. El teorema de la divergencia o de Gauss: enunciado del Teorema de la divergencia, demostración de un caso especial; aplicaciones.

## UNIDAD 5: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

### 5.A. Introducción a las ecuaciones diferenciales

Definición. Tipos de ecuaciones: ordinarias (edo) y parciales (edp), lineales y no lineales, de primer orden y de orden superior. Solución de una edo. Intervalo de definición de una solución. Soluciones explícitas e implícitas. Familias  $n$ -paramétricas de soluciones de una edo, solución particular y solución singular. Problemas con valores iniciales (PVI), condiciones iniciales. Teorema de existencia y unicidad de soluciones para PVI de primer orden. Problemas con valores en la frontera (PVF). Ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos: dinámica poblacional, ley de enfriamiento/calentamiento de Newton, circuitos en serie.



### 5.B. Ecuaciones diferenciales de primer orden

Curvas solución sin una solución: campos direccionales. Edo con variables separables: solución. Ecuaciones lineales: forma estándar, método de solución, solución general. Ecuaciones exactas: definición, criterio y solución. Soluciones por sustitución: ecuación de Bernoulli. Aplicaciones.

### 5.C. Ecuaciones diferenciales de orden superior

Ecuaciones lineales. Problemas con valores iniciales. Teorema de existencia y unicidad de solución de solución para PVI's lineales de orden superior. Problemas con valores en la frontera. Tipos de condiciones, casos.

*Ecuaciones lineales homogéneas.* Teorema: principio de superposición de soluciones para edo lineales. Dependencia e independencia lineal de soluciones. Wronskiano, criterio para soluciones linealmente independientes. Conjunto fundamental de soluciones. Existencia de un conjunto fundamental. Teorema: solución general de ecuaciones homogéneas.

*Ecuaciones lineales no homogéneas.* Teorema: solución general de ecuaciones no homogéneas. Función complementaria y solución particular. Teorema: principio de superposición para edo lineales no homogéneas. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes. Ecuación auxiliar, casos. Coeficientes indeterminados: Método de superposición, casos. Variación de parámetros. Ecuación de Cauchy-Euler, solución. Soluciones en series de potencias. Aplicaciones: sistemas masa-resorte, movimiento libre no amortiguado, movimiento libre amortiguado, movimiento forzado; circuitos en serie LRC.

## UNIDAD 6: SERIES DE FOURIER Y NOCIONES DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES

### 6.A. Series de Fourier

Funciones ortogonales: producto interno de funciones, familia ortogonal de funciones, familia completa de funciones. Series trigonométricas. Serie de Fourier y serie trigonométrica de Fourier de una función, convergencia, condiciones suficientes para la convergencia. Extensiones periódicas. Series de Fourier de senos y cosenos. Aplicaciones.

### 6.B. Problemas con valores en la frontera en coordenadas rectangulares

Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (EDP), definición. Ecuación diferencial parcial lineal. Método de separación de variables. Clasificación de ecuaciones: hiperbólicas, parabólicas y elípticas. Ecuación de Laplace, ecuación de onda y ecuación del calor. Solución de la ecuación de calor con valores en la frontera (condiciones homogéneas en los extremos de tipo Dirichlet o de Neumann; condiciones no homogéneas de tipo Dirichlet). Solución de la ecuación de onda con condiciones homogéneas en la frontera.

## METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Las clases se basan en la idea de la autogestión del aprendizaje, por lo cual el estudiante debe concurrir a ellas con el material previamente leído, basándose en el cronograma propuesto a principio de año por la cátedra.

Hay clases de tipo teóricas, con énfasis en los fundamentos teóricos, en las que el docente presenta los temas e indica la profundidad y alcance de cada tema propuesto en el programa; los alumnos deben participar activamente: se estimula el razonamiento, el pensamiento crítico y la confrontación de ideas como procesos en la construcción de conocimientos; se integran contenidos dentro de la misma asignatura, y verticalmente con Análisis Matemático I, Álgebra y Geometría Analítica, dictadas en el primer año de la carrera y con Cálculo Numérico que se dicta en el tercer trimestre de la carrera. En estas clases los estudiantes deben participar activamente, consultando todas las inquietudes que surjan, en particular aquellas que la lectura previa del tema del día pueda haber generado.

Habrán también clases prácticas en las que se resolverán problemas de tipo analítico y de aplicación. Se trabaja en base a una Guía de Trabajos Prácticos que contiene ejercicios a desarrollar en clase y ejercitación complementaria para que el estudiante los resuelva en forma personal, en horario



extra-aúlico, con el propósito de orientar las actividades de los alumnos a los objetivos planteados. El estudiante debe confeccionar una carpeta de Trabajos Prácticos con la totalidad de los ejercicios. Para la resolución de la Guía de Trabajos Prácticos los alumnos cuentan con el apoyo de los docentes en los horarios de clase y en los horarios de consulta.

Se dispone de un *Espacio Virtual de Análisis Matemático II* dentro del Aula Abierta de la Facultad de Ingeniería, en el que se prevé incluir actividades diseñadas específicamente para ciertos contenidos de la asignatura, a los efectos de favorecer los procesos comprensivos y reflexivos de los estudiantes.

Actividad	Carga horaria por semestre
Teoría y resolución de ejercicios simples	90
Formación práctica	
Formación Experimental – Laboratorio	0
Formación Experimental - Trabajo de campo	0
Resolución de problemas de ingeniería	0
Proyecto y diseño	0
<b>Total</b>	<b>90</b>

### BIBLIOGRAFÍA

#### Bibliografía básica

Autor	Título	Editorial	Año	Ejemplares en biblioteca
J. E. Marsden, A. J. Tromba	Cálculo vectorial	Pearson	2004	3
G. B. Thomas, Jr.	Cálculo varias variables	Pearson	2010	0
D. G. Zill, W. S. Wright	Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera	CENGAGE Learning	2014	0
G. B. Thomas, Jr.	Cálculo varias variables	Pearson	2006	23
R. Larson, R. P. Hostetler	Cálculo II de varias variables	McGraw-Hill	2010	9
R. K. Nagle, E. B. Saff, A. D. Snider	Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera	Pearson	2005	6
D. G. Zill, M. R. Cullen	Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera	Cengage Learning	2006	3
J. Smith y M. Adams	Cálculo Numérico	Limusa	1988	2

#### Bibliografía complementaria

Autor	Título	Editorial	Año	Ejemplares en biblioteca
C. H. Edwards, D. E. Penney	Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera: cómputo y modelado	Pearson	2009	5
J. Stewart	Cálculo multivariable	Thomson Learning	1999	11
J. Rey Pastor, P. Pi Calleja, C. A. Trejo	Análisis Matemático II	Kapelusz	1969	15
T. M. Apóstol	Calculus II	Reverté	1973	5
P. V. O'Neill	Matemáticas avanzadas para ingeniería: análisis de Fourier, ecuaciones diferenciales parciales y análisis complejo	Thomson Learning	2004	4

### EVALUACIONES (S/ Ord. 108-10\_CS)

A los efectos de obtener la condición de regularidad de la materia, se plantean evaluaciones parciales y globales a lo largo del curso.





Se rinden tres evaluaciones parciales escritas de carácter teórico-práctico, cada una de ellas con un puntaje máximo de 100 puntos. Cada una de estas instancias de evaluación se aprueba con un mínimo de 60 puntos. Si en algún parcial el puntaje es inferior al mínimo requerido, el alumno debe recuperar dicha evaluación parcial. El examen recuperatorio de la evaluación parcial se aprueba con 60 puntos. Si en más de una evaluación parcial o en el recuperatorio el puntaje es inferior a 60 puntos, siendo la suma de los puntajes de los parciales rendidos (se suma la nota del recuperatorio en el lugar del parcial recuperado, si corresponde) mayor o igual a 120 puntos, el alumno rinde una evaluación global escrita que se aprueba con 60 puntos.

Las ausencias no tienen justificación y se considerará la evaluación parcial como desaprobada, salvo presentación de certificado médico del Servicio Médico de la UNCuyo.

Las evaluaciones se realizan en función de los contenidos enseñados, en las fechas previstas y con el nivel de dificultad desarrollado tanto en clase, como en las actividades virtuales y en las guías de trabajos prácticos. Se evalúa la capacidad de interpretar consignas, transferir y aplicar conocimientos, al mismo tiempo que se estimula al estudiante a mejorar su capacidad de comunicación escrita.

Los resultados de las evaluaciones son entregados en todos los casos antes de la evaluación siguiente. Se les brinda la posibilidad a los alumnos de revisar los errores cometidos con el apoyo de los docentes en horario de consulta.

Es REGULAR el alumno que aprueba las tres evaluaciones parciales o la evaluación global. Si no se encuadra en alguno de estos casos, el alumno queda en condición de LIBRE.

#### **Evaluación integradora final, para acreditar la materia:**

Esta instancia de evaluación está planteada como una actividad de síntesis e integradora de los contenidos. Se evalúan la totalidad de los temas presentados en el programa, independientemente de que se hayan evaluado o no en las instancias de evaluaciones parciales.

La condición de aprobación implica el dominio de los contenidos conceptuales y procedimentales de todas las unidades temáticas del programa de la asignatura, así como también de las aplicaciones prácticas y la articulación de contenidos entre sí, trabajados durante el cursado.

#### **Alumnos regulares:**

Los alumnos REGULARES tienen una nota proveniente de sus exámenes parciales, que es:

Nota parciales: es un valor de 0 a 10 que es el promedio de las notas de sus tres parciales (si rindieron recuperatorio, la nota del recuperatorio sustituye la nota del parcial correspondiente) o es la nota del global (si rindieron global).

Además deberán rendir un examen final integrador que incluirá temas teóricos y/o prácticos y podrá ser escrito, oral o tener una parte escrita y una parte oral. Tendrá una calificación de 0 a 10.

La calificación final en la materia se obtiene haciendo

$\text{Calificación materia} = 0,2 \cdot \text{Nota parciales} + 0,8 \cdot \text{Calificación final integrador}$

#### **Alumnos libres:**

Los alumnos LIBRES deberán rendir un examen escrito en el que se evaluarán contenidos teóricos y/o prácticos de la materia. **Este examen escrito podría estar separado en bloques temáticos de la materia y requerir, para su aprobación, que se obtenga un puntaje mínimo de 60% en cada bloque.**

En caso de aprobarse esta instancia escrita, los alumnos LIBRES rendirán una evaluación oral que también podrá incluir contenidos teóricos o prácticos de la materia.

## **Programa de examen**

Contempla la totalidad de los temas del presente programa.

#### ***Criterios de evaluación:***

Exactitud en las expresiones de definiciones, en los enunciados de teoremas, en las demostraciones y en los cálculos.

Coherencia en lo que se expresa en forma oral o escrita, así como entre lo que se plantea en forma analítica con lo que se representa gráficamente.

Consistencia en el tratamiento de temas relacionados directamente con temas ya tratados en las materias con las que se tiene correlatividad.

Organización lógica de los pasos en las demostraciones de teoremas y/o justificaciones de cálculos o desarrollos.

Pertinencia de las hipótesis formuladas.

Claridad en la comunicación en dos sentidos: por una parte, la comprensión de consignas, enunciados, ejercicios, dados en forma oral o escrita, permite al estudiante resolver o desarrollar exactamente lo pedido. Por otra parte, se requiere claridad en el uso del lenguaje en la expresión oral o escrita de la producción del estudiante.

Precisión en el empleo del vocabulario o léxico específico de la disciplina.

Exhaustividad en la selección de los posibles argumentos que fundamenten alguna posición, en los métodos para plantear una solución a un problema.