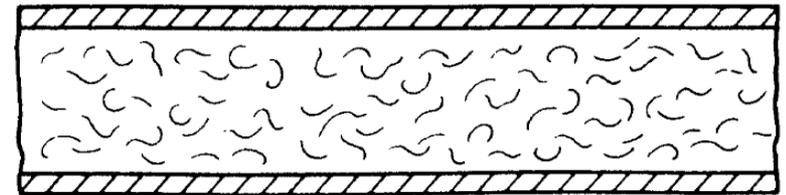
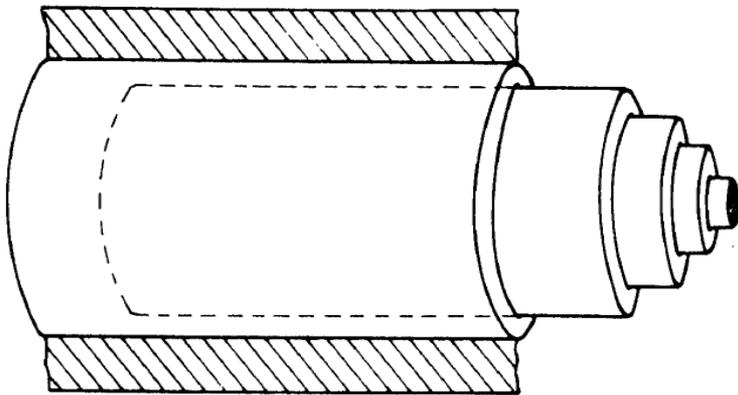
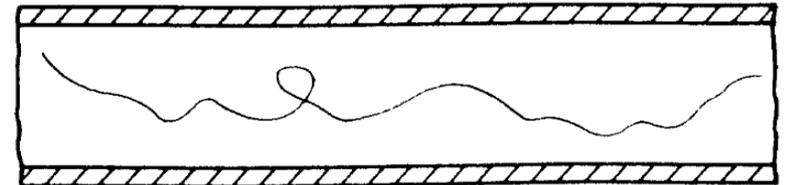


TEMA 5: INFLUENCIA DE LA VISCOSIDAD

Debido a la viscosidad los fluidos reales ejercen una resistencia al desplazamiento o al corte. De acuerdo al patrón de desplazamiento se puede clasificar este movimiento en laminar o turbulento



(a)

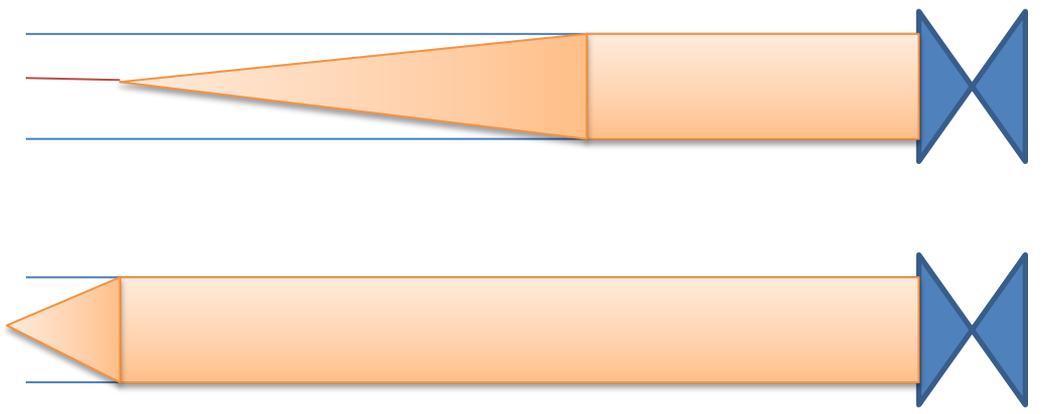
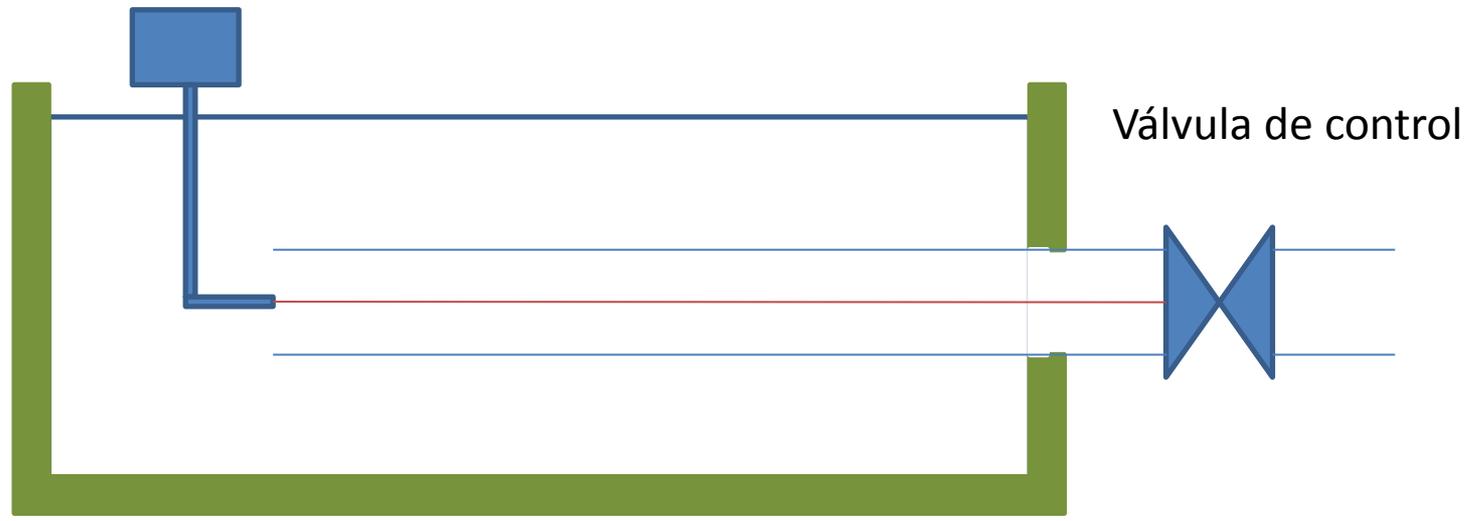


(b)

Régimen Turbulento (hay una componente transversal a la dirección del flujo)

Régimen laminar (no hay componente transversal a la dirección del flujo)

Depósito de tinta



video



**Air bubbles
passing through
crystal tubes:**

smooth and corrugated

HRS 
heat exchangers

Efecto de las fuerzas de inercia

Cuantificamos :

$$Re = \frac{\text{Efecto de las fuerzas de inercia}}{\text{Efecto de las fuerzas viscosas}}$$

Efecto de las fuerzas viscosas

$$Re = \frac{L * V}{\nu} = \frac{\rho * L * V}{\mu} \quad \text{Placa plana}$$

$$Re = \frac{D * V}{\nu} = \frac{\rho * D * V}{\mu} \quad \text{Cañería}$$

Re < 2000 Régimen laminar

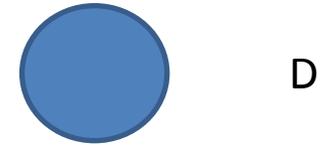
Re > 4000 Régimen turbulento

2000 < Re < 4000

Cañerías de sección no circular

$$D_h = 4 A_c / P_m$$

Tubo circular. $D_h = 4(\pi D^2/4)/\pi d = D$



Ducto cuadrado $D_h = 4 a^2/4 a = a$



Ducto rectangular = $4 ab / 2(a+b) = 2 ab/(a+b)$



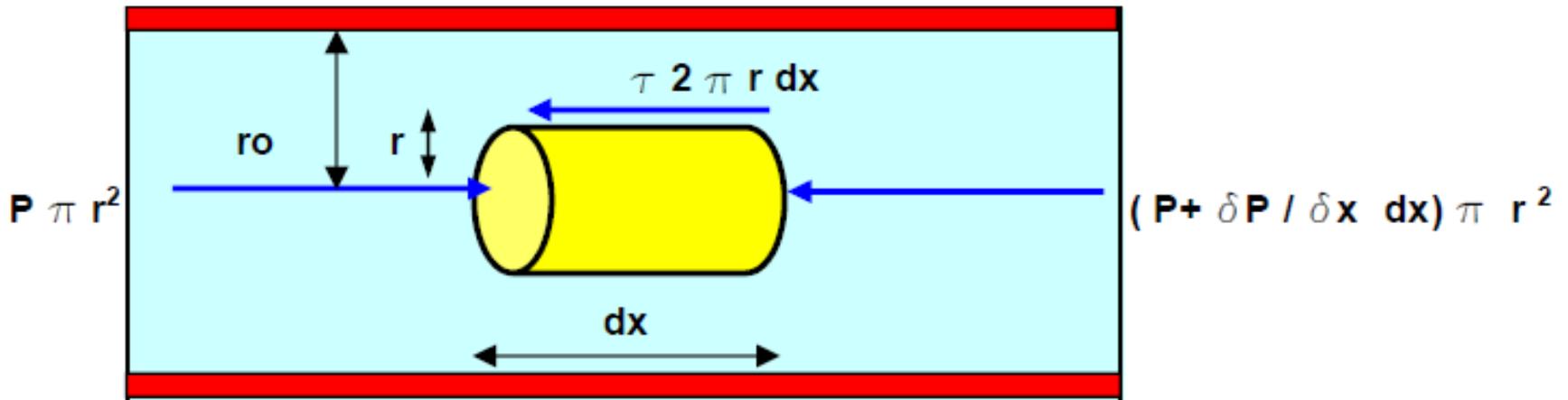
**Placa plana longitud
característica**



L

ECUACION DE HAGEN POISEUILLE

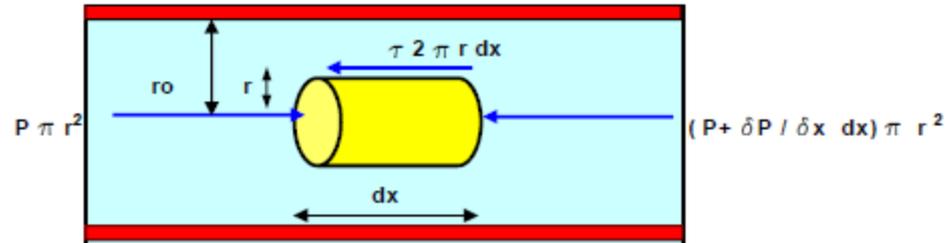
Considerando flujo laminar en una tubería de sección circular constante: en régimen laminar (permanente y uniforme) el fluido se mueve en capas que no se mezclan entre sí. La velocidad de desplazamiento de las capas interiores es máxima.



Actúan fuerzas debidas a la presión y fuerzas debidas a la viscosidad que originan un esfuerzo de corte. Para una determinada velocidad constante, la aceleración es nula:

$$F = m a = 0$$

$$\Sigma F = 0$$



$$P \pi r^2 - (P + \delta P / \delta x dx) \pi r^2 - \tau 2 \pi r dx = 0$$

$$P \pi r^2 - P \pi r^2 - \delta P / \delta x dx \pi r^2 = \tau 2 \pi r dx$$

$$- \delta P / \delta x r = \tau 2$$

$$\tau = - r / 2 \delta P / \delta x$$

Distribución del esfuerzo de corte en función del radio

Expresándola en función del radio:

$$\tau = -\mu \, dv / dr$$

$$-\mu \, dv / dr = -r / 2 \, \delta P / \delta x$$

$$dv = 1/2 \, \delta P / \delta x \, r \, dr / \mu$$

INTEGRANDO RESPECTO DEL RADIO

$$v = \frac{1}{4} \mu \, \delta p / \delta x \, r^2 + C$$

Integrando respecto al radio, $\delta p / \delta x$ lo podemos considerar constante

Como el fluido es viscoso , adquiere la velocidad del contorno, para $r = r_o$, $v = 0$.

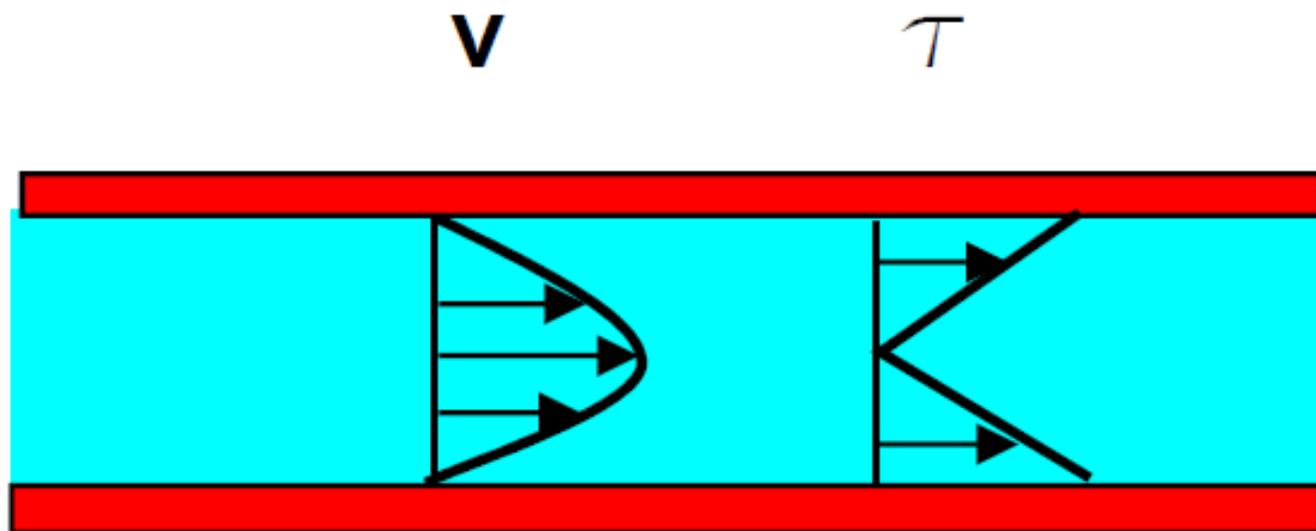
$$C = (-) 1 / 4 \mu \delta p / \delta x r_o^2$$

$$v = (-) 1 / 4 \mu \delta p / \delta x (r_o^2 - r^2)$$

ECUACIÓN DE UNA PARÁBOLA

Ecuación de Hagen - Poiseuille para una tubería circular de pequeño diámetro, fluido viscoso, incompresible y newtoniano, flujo laminar y tubería llena.

La distribución de velocidades es parabólica, siendo el máximo en el eje. La distribución de los esfuerzos de corte es a la inversa y lineal.



Para calcular el caudal que circula hay que encontrar una velocidad media que produzca el mismo caudal que el que produce la velocidad variable.

$$V_m \pi r_o^2 = \int_0^{r_o} (-) \frac{1}{4} \mu \frac{\delta p}{\delta x} (r_o^2 - r^2) 2\pi r dr$$

vel. media sección = veloc. variable sección variable

$$V_m \pi r_o^2 = (-) \pi / 2 \mu \frac{\delta P}{\delta x} \int_0^{r_o} (r_o^2 - r^2) r dr$$

$$V_m \pi r_o^2 = (-) \pi / 2 \mu \frac{\delta P}{\delta x} [r_o^4 / 2 - r_o^4 / 4]$$

$$V_m = (-) \frac{1}{8} \mu \frac{\delta P}{\delta x} r_o^2$$

Distribución parabólica

$$V_m = V_{m\acute{a}x} / 2$$

Considerando una tubería circular, flujo laminar y que la presión varía sólo en la dirección X, la derivada parcial e puede poner como total e integrar entre dos secciones

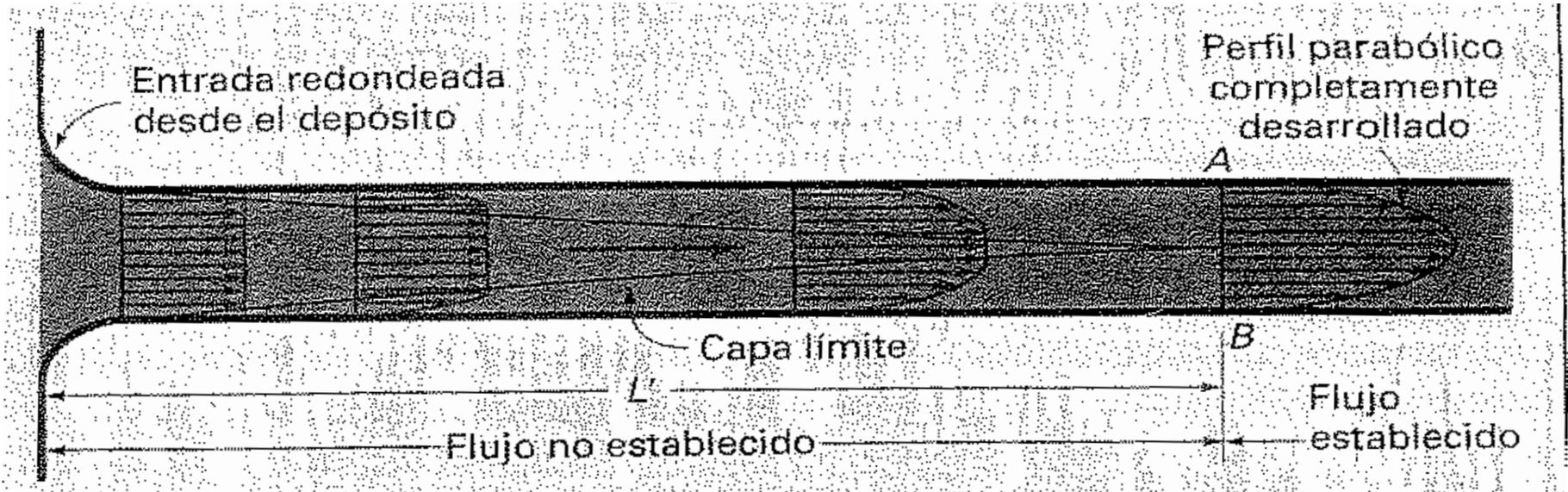
$$\int_1^2 dP = (-) \int 8 \mu V_m / r_o^2 dx$$

$$P_1 - P_2 = 8 \mu V_m L / r_o^2$$

$$P1 - P2 = 32 \mu V_m L / D^2$$

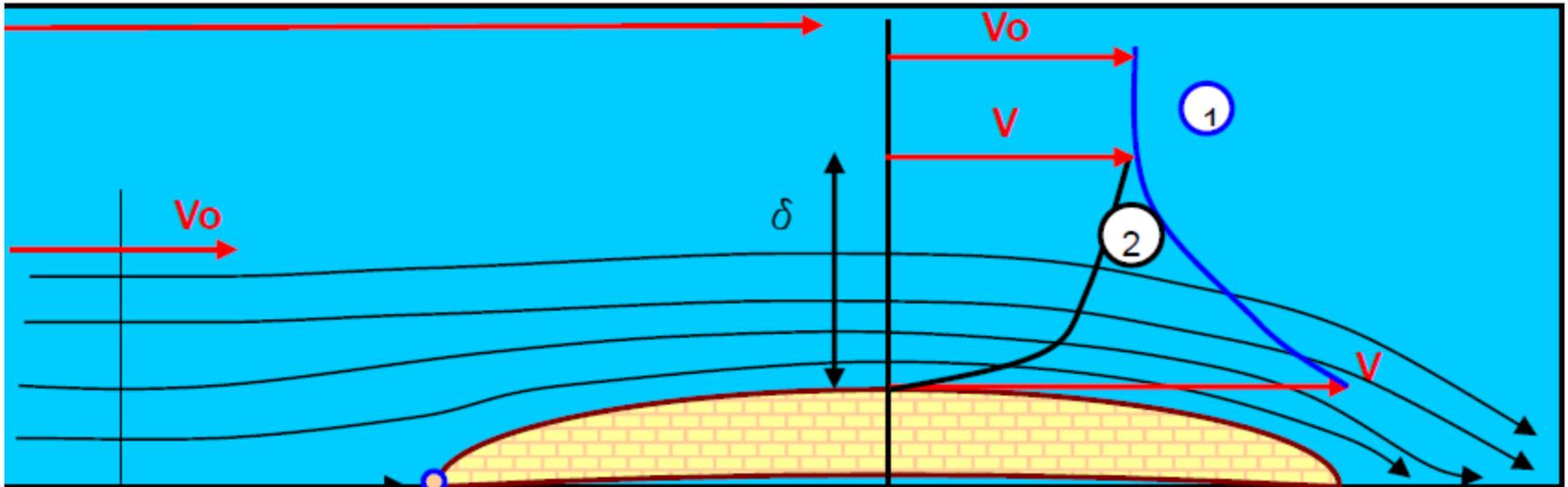
Ecuación de Hagen- Poiseuille para una tubería circular en régimen laminar.

Establecimiento del flujo laminar



CAPA LÍMITE

Es la zona donde se manifiesta la influencia de la viscosidad. La velocidad se ve afectada por las fuerzas cortantes.

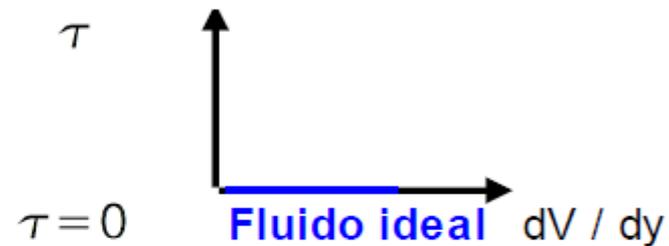


Flujo Uniforme no perturbado por el objeto

Suponiendo un fluido ideal y un objeto aerodinámico sumergido en la corriente, se representa la variación de velocidades. Lejos del objeto se tiene una velocidad V_0 no perturbada por el mismo. Las líneas de corriente se juntan al llegar al objeto (aumenta la velocidad), quiere decir que para un fluido ideal, en una línea normal al mismo, la velocidad es máxima junto al contorno, hasta llegar a la velocidad no perturbada más lejos (curva 1), donde las líneas vuelven a separarse.

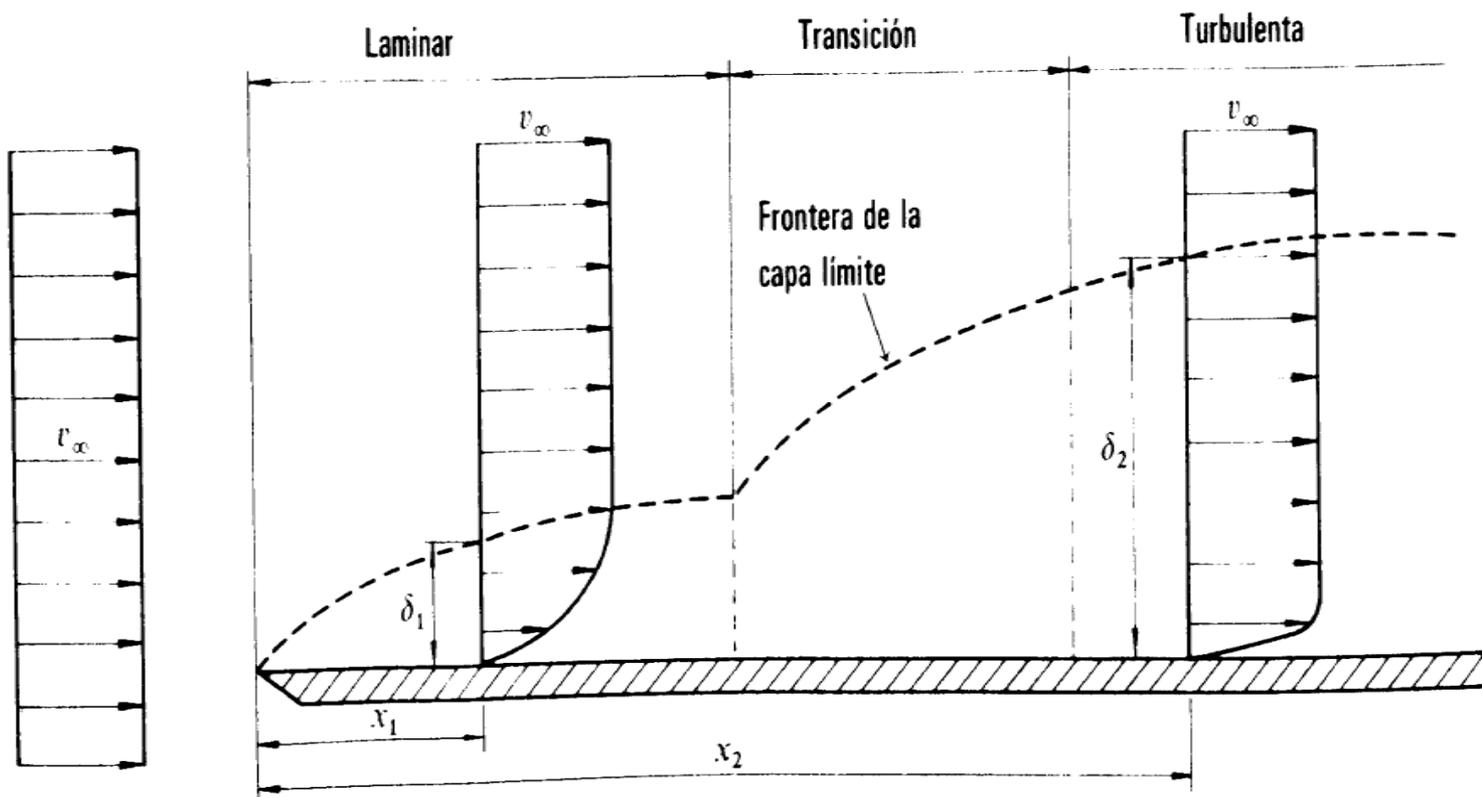
$$Re = V D / \nu \sim \text{infinito}$$

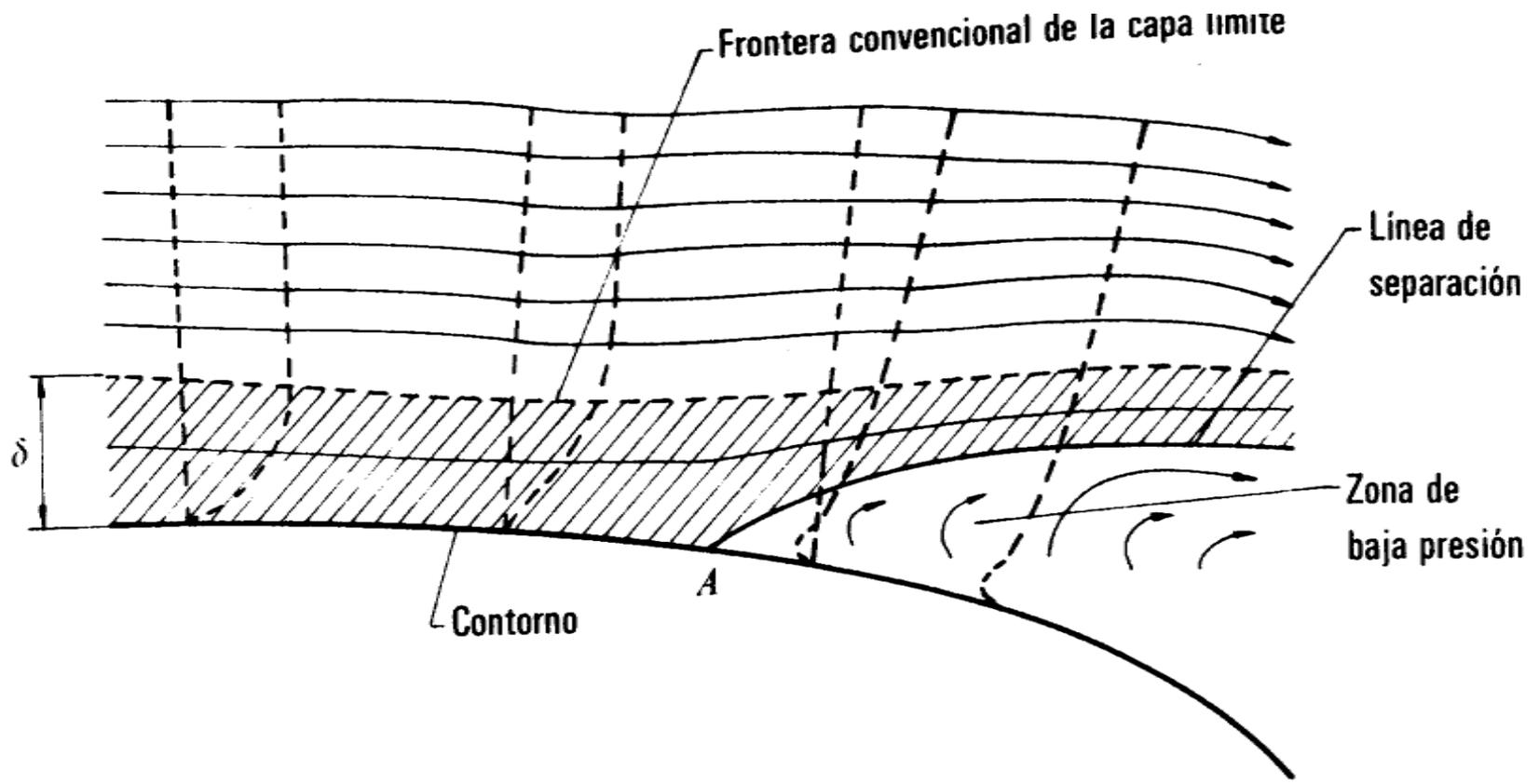
$$\nu = 0 \quad \text{fluido ideal}$$



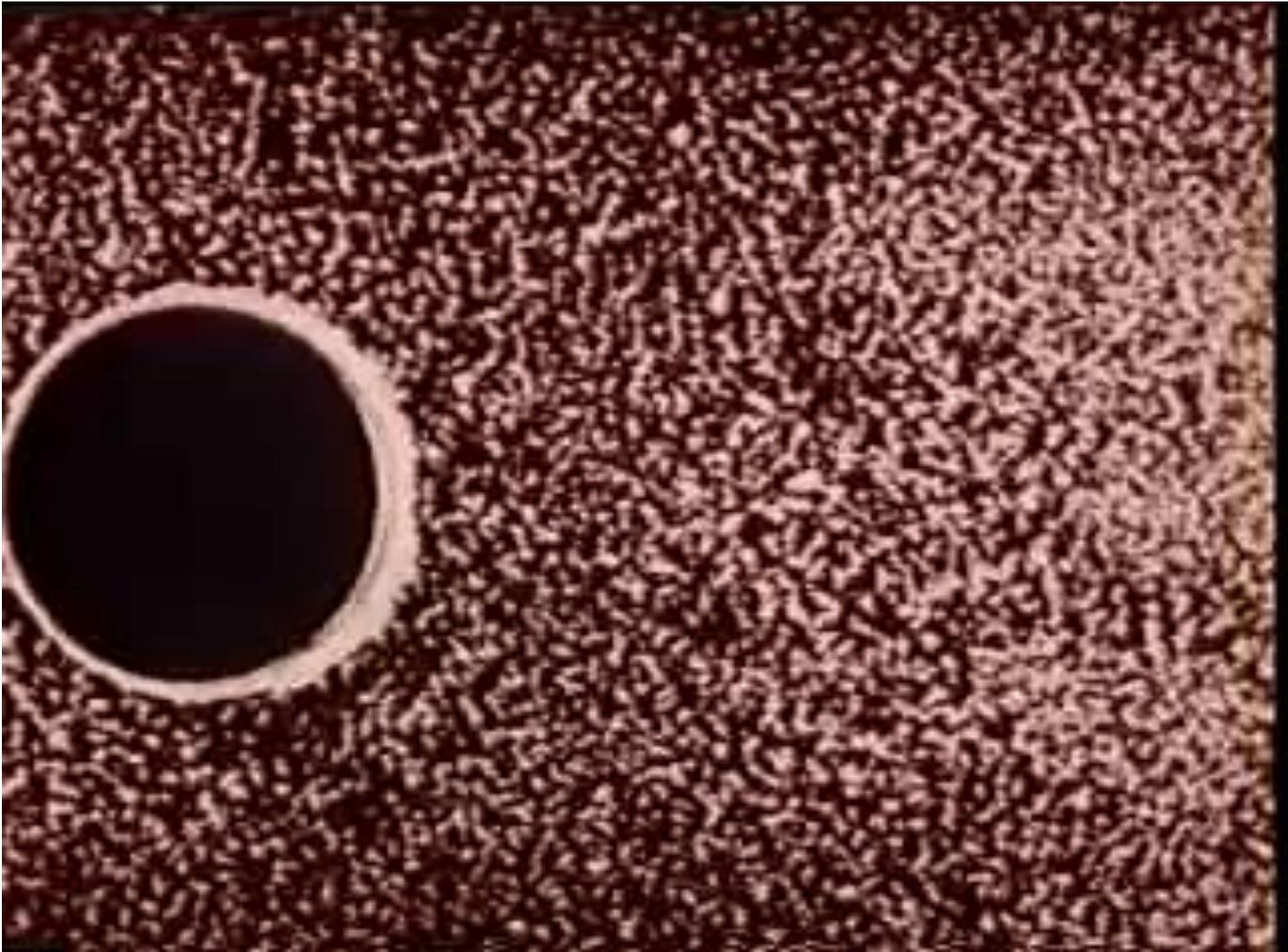
Para un fluido real que tiene viscosidad y por eso adquiere la velocidad del contorno que vale cero junto al objeto y aumenta según la curva 2. El espesor δ donde se manifiesta la influencia de la viscosidad es la capa límite. Es decir que todo el movimiento se podría estudiar como un fluido ideal a excepción de la capa límite. El espesor de la misma corresponde a un valor de velocidad igual al 99 % de la velocidad no perturbada (V_0).

$$V = 0.99 V_0 \longrightarrow \delta$$





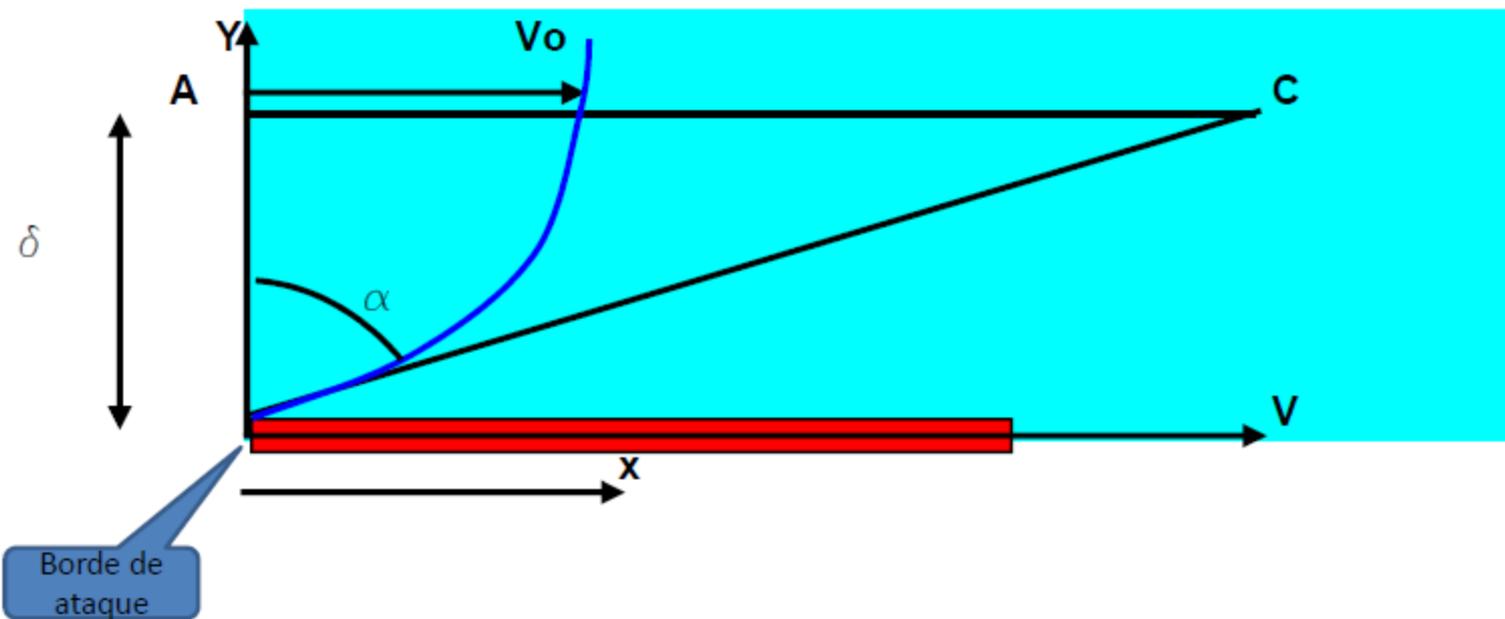




RESISTENCIA SUPERFICIAL O DE ARRASTRE EN LA CAPA LIMITE

Considerando una placa plana:

Según Poiseuille para capa límite laminar, la distribución de velocidades es parabólica



$$\Delta C = C V_0$$

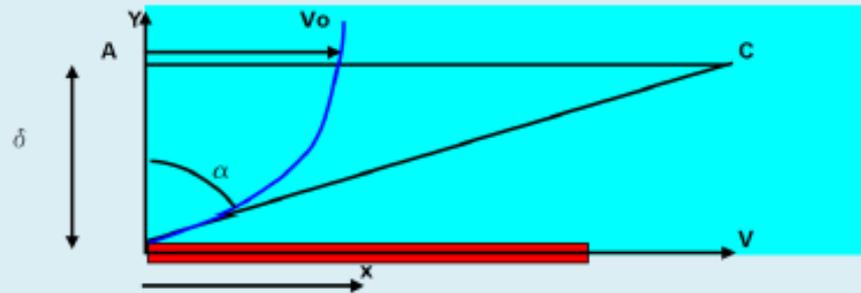
$$\tan \alpha = C V_0 / \delta$$

$$C = \text{Cte}$$

$$\tau = \mu dV / dy$$

$$dV / dy = \tau / \mu = \tan \alpha$$

$$\tau = \mu C V_0 / \delta$$



Considerando la distancia x desde el borde de ataque :

$$\delta = 5 x / (V_0 x / \nu)^{1/2}$$

Según Prandtl

$$\tau = \mu C V_0 (V_0 x / \nu)^{1/2} / 5 x \quad \text{Esfuerzo de corte junto a la placa.}$$

$V_0 x / \nu$ Número de Reynolds basado en la distancia x (Re_x).

Multiplicando y dividiendo por $\rho V_o^2 / 2$

$$\tau = 2 C / 5 (V_o x / \nu)^{1/2} \rho V_o^2 / 2$$

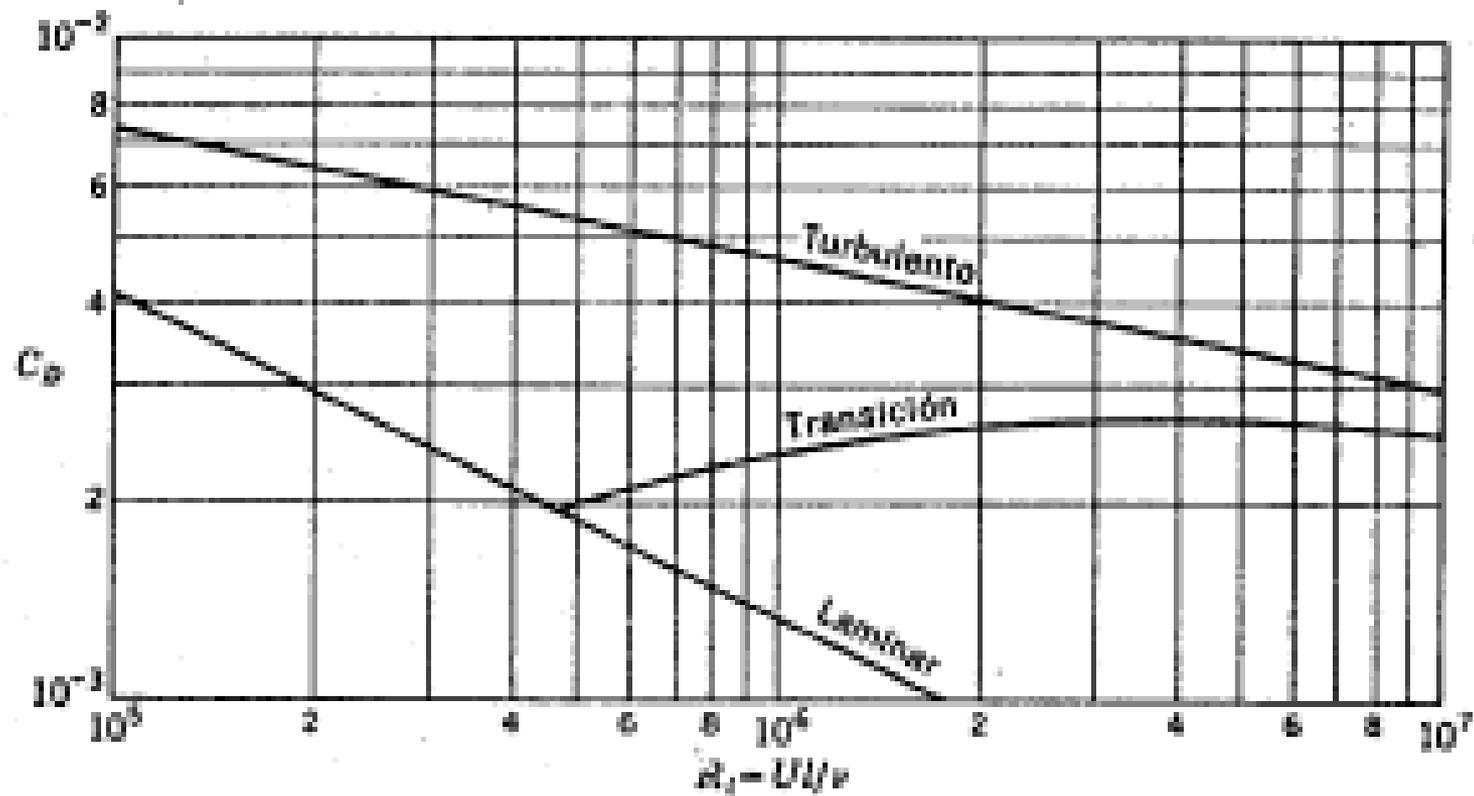
$\rho V_o^2 / 2$ sobrepresión dinámica

$C_s = 2 C / 5 (V_o x / \nu)^{1/2}$ Coeficiente de resistencia de superficie local.

$$\tau = C_s \rho V_o^2 / 2$$

$$R_s = C_s A \rho V_o^2 / 2$$

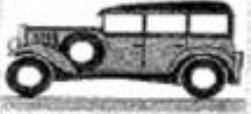
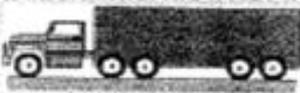
A: área bañada por el fluido.



Laminar $C_D = \frac{1.328}{\sqrt{R_1}}$, transición $C_D = \frac{0.074}{R_1^{1/5}} - \frac{1.700}{R_1}$, turbulento $C_D = \frac{0.074}{R_1^{1/5}}$

De la misma manera se determina una resistencia de forma

$$R_f = C_f A \rho V_o^2 / 2$$

marca	Forma de la carrocería	C_D basado en el área frontal
1920		0,80
1940-45		0,54-0,58
1968-69		0,36-0,38
1990-92		0,29-0,30
Camión con remolque		0,75-0,95
Con cabina redondeada y carenado		0,55-0,75

C_d	Objeto
0.001	lámina plana paralela al flujo ($Re < 10^5$)
0.005	placa plana paralela al flujo ($Re > 10^5$)
0.075	Pac-car II
0.1	Esfera lisa ($Re = 10^6$)
0.15	Schlörwagen 1939 ¹⁴
0.186-0.189	Volkswagen XL1 2014
0.19	General Motors EV1 1996 ¹⁵
0.25	Toyota Prius (3.ª generación)
0.26	BMW i8
0.28	Mercedes-Benz CLA-Class Tipo C 117. ¹⁶
0.295	bala (no ojiva , a velocidad subsónica)
0.3	Audi 100 C3 (1982)
0.48	esfera rugosa ($Re = 10^6$), Volkswagen Beetle ^{17 18}
0.75	típico cohete de modelismo ¹⁹
.8-.9	Filtro de café viendo hacia arriba.

C_d	Objeto
1.0	Bicicleta de ruta con ciclista en posición de ruta. ²⁰
1.0–1.1	esquiador
1.0–1.3	alambres
1.0–1.3	persona (de pie)
1.1-1.3	saltador de esquí ²¹
1.28	placa plana perpendicular al flujo (3D) ²²
1.3–1.5	Edificio Empire State
1.8–2.0	Torre Eiffel
1.98–2.05	(placa plana perpendicular al flujo (2D))











Aeronave	
c_d	Tipo de aeronave
0.021	<u>F-4 Phantom II</u> (subsónico)
0.022	<u>Learjet 24</u>
0.024	<u>Boeing 787</u> ²⁴
0.027	<u>Cessna 172/182</u>
0.027	<u>Cessna 310</u>
0.031	<u>Boeing 747</u>
0.044	F-4 Phantom II (supersónico)
0.048	<u>F-104 Starfighter</u>
0.095	<u>X-15</u> (No confirmado)

Forma del cuerpo		C_D	Número de Reynolds
Cilindro circular		1,2	10^4 a $1,5 \times 10^6$
Cilindro elíptico		0,6	4×10^4
		0,46	10^5
		0,32	$2,5 \times 10^4$ a 10^5
		0,29	$2,5 \times 10^4$
Prisma cuadrado		2,0	$3,5 \times 10^4$
		1,6	10^4 a 10^5
Prisma triangular		2,0	10^4 †
		2,0	10^4 †
		1,72	10^4
		2,15	10^4
		1,60	10^4
		2,20	10^4
		1,39	10^4
Semitubo		1,8	10^3
		1,0	10^3
		2,3	4×10^4
		1,12	4×10^4

† Datos tomados de W. F. Lindsey, *NACA Tech. Rept. 619*, 1938.

RUGOSIDAD. SUBCAPA LAMINAR

Aún en flujo turbulento siempre existe una delgada subcapa laminar junto a las paredes de la tubería. Si esta subcapa cubre las rugosidades, la cañería se comportará como si fuera lisa y viceversa.

