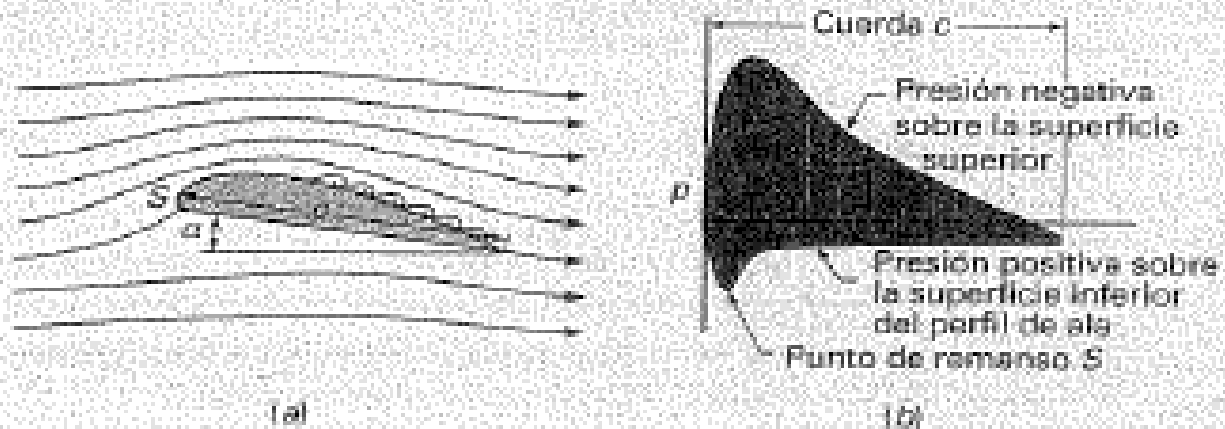


- **UNIDAD 10: Flujo sobre Cuerpos Sumergidos**

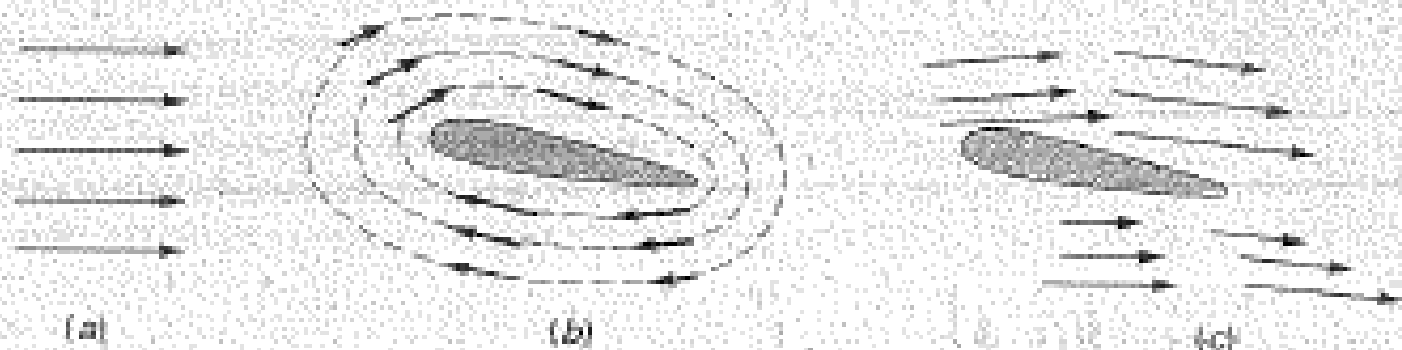
---

- Bibliografía
- Franzini 240 (flujo alrededor con ala)
- Franzini 378 (numero mach ondas de choque, prop estancamiento)
- Streeter 324 Idem anterior y semejanza con canales abiertos.

a) Líneas de corriente y b) distribución de presión alrededor de un perfil de ala con curvatura, con un ángulo de ataque  $\alpha = 8,6^\circ$ .



Superposición esquemática de la circulación sobre un campo fluido rectilíneo y uniforme. a) Campo fluido rectilíneo y uniforme. b) Circulación. c) Efecto neto (suma de los vectores de velocidad).



# FLUJO SOBRE CUERPOS SUMERGIDOS

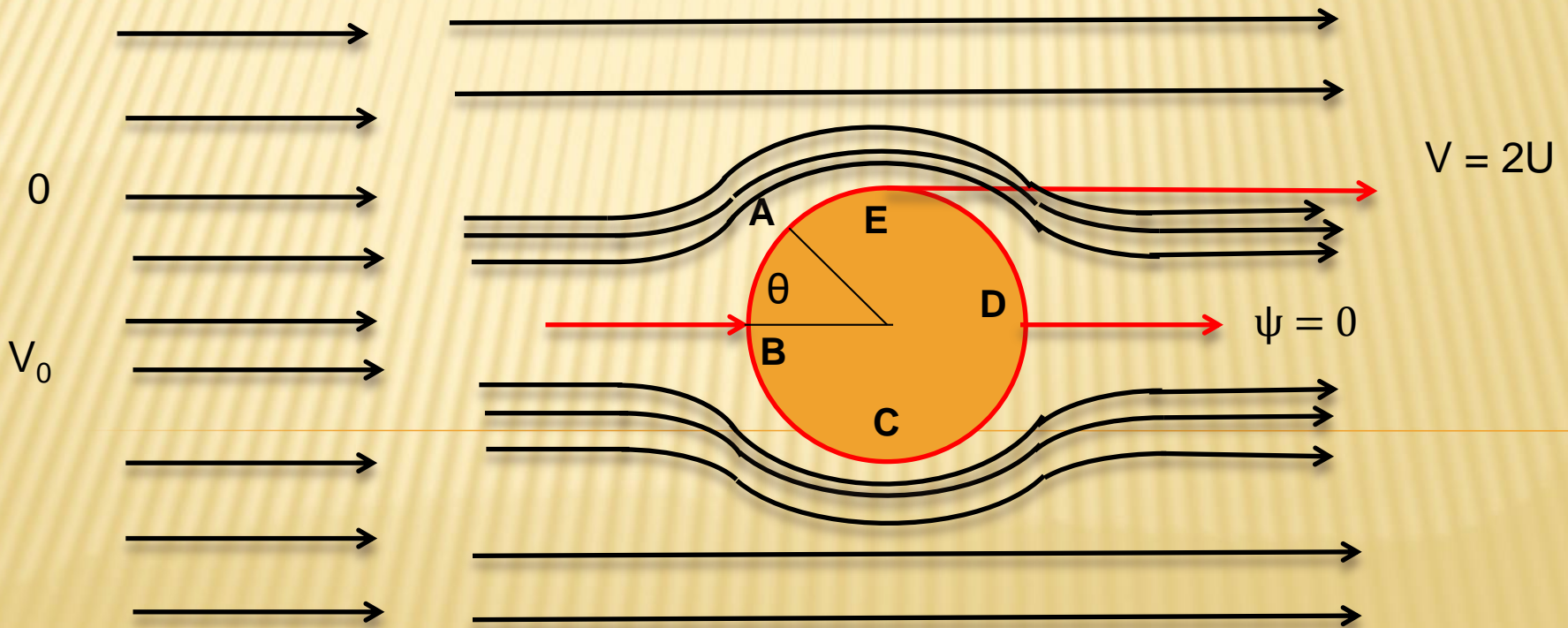
## DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES ALREDEDOR DE UN CILINDRO CIRCULAR

FLUIDO IDEAL

FLUJO IRROTACIONAL

CILINDRO QUIETO

$$V = 2V_0 \operatorname{sen} \theta$$





## FLUJO SOBRE CUERPOS SUMERGIDOS

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta P = \frac{\rho(V_0^2 - 4V_0^2 \text{sen}^2 \theta)}{2}$$

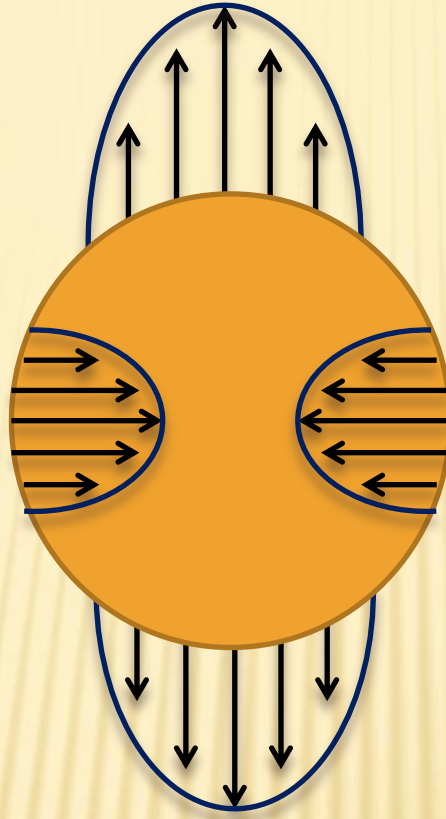
$$\Delta P = \frac{\rho(V_0^2 - V^2)}{2}$$

$$\Delta P = \rho V_0^2 (1 - 4 \text{sen}^2 \theta)$$

Para E y C:  $\theta = 90^\circ$   $\Delta P = -\frac{3\rho V_0^2}{2}$

Para B y D:  $\theta = 0$  y  $180^\circ$   $\Delta P = \frac{\rho V_0^2}{2}$

# DIAGRAMA DE PRESIONES



**SOBRE EL SISTEMA NO ACTUA NINGUNA RESULTANTE**

**EL SISTEMA SE ENCUENTRA EN EQUILIBRIO**

# CILINDRO ROTANDO CON VELOCIDAD ANGULAR

$$\Gamma = \oint V_c dl = \int_0^{2\pi} V_c r d\theta$$

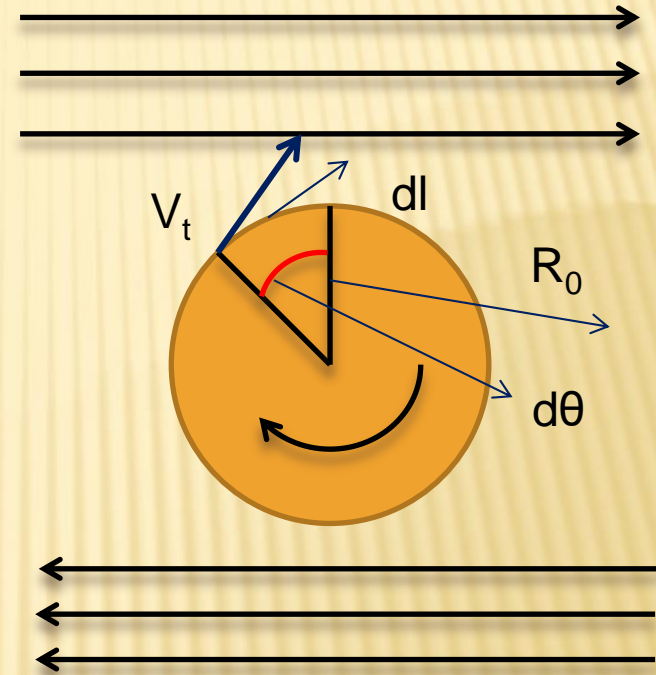
$$\Gamma = 2\pi r_0 V_0$$

$$V_0 = V_t = \frac{\Gamma}{2\pi r_0}$$

La velocidad final es la suma de la  $V_t$  y la velocidad del fluido que circula alrededor del cilindro detenido

$$1) V = 2V_0 \text{sen}\theta + V_t$$

$$\frac{V}{V_t} = 2 \frac{V_0}{V_t} \text{sen}\theta + 1$$



$$V = 2V_0 \text{sen}\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r_0}$$



$$\frac{V}{V_t} = 2 \frac{V_0}{V_t} \text{sen}\theta + 1$$

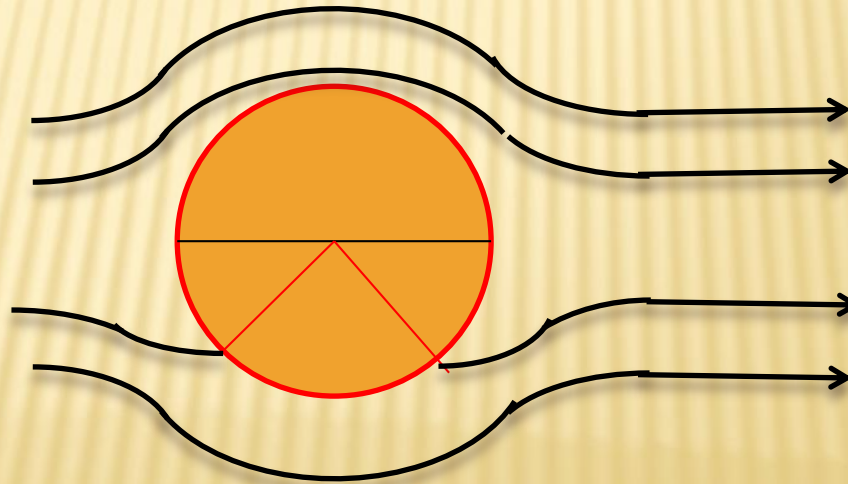
$$V_t = V_0$$

Punto de estancamiento  $V = 0$

$$V = 2V_0 \text{sen}\theta + V_0 = 0$$

$$\text{sen}\theta = -1/2$$

$$\theta = -30^\circ \text{ o } -150^\circ$$



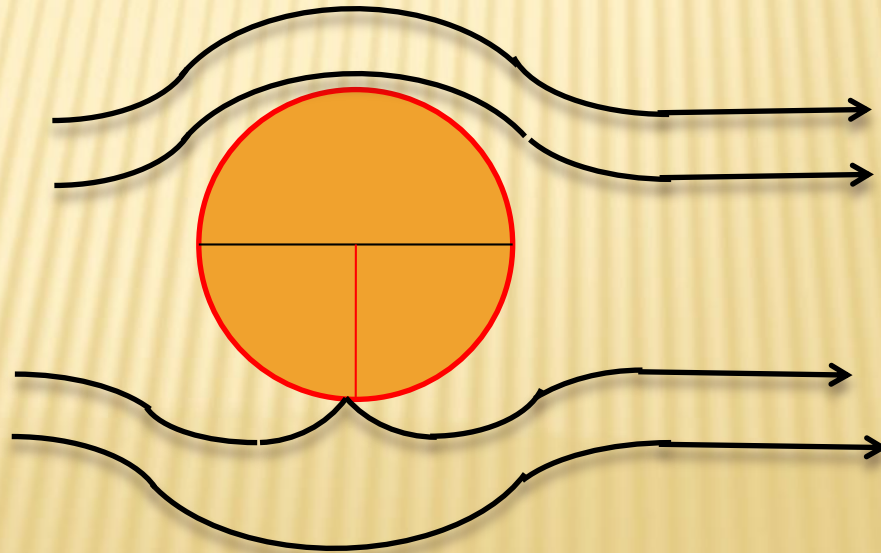
$$V_t = 2 V_0$$

Punto de estancamiento  $V = 0$

$$V = 2V_0 \operatorname{sen}\theta + 2V_0 = 0$$

$$\operatorname{sen}\theta = -1$$

$$\theta = -90^\circ$$



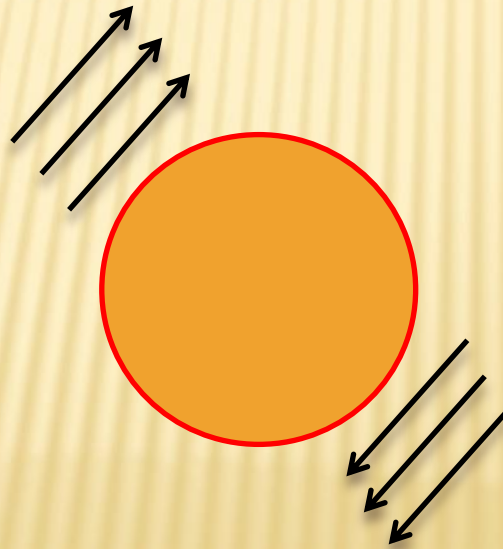


$$V_t > 2 V_0$$

Punto de estancamiento  $V = 0$

$$V = 2V_0 \operatorname{sen}\theta + 2V_0 = 0$$

$$|\operatorname{sen}\theta| > 1$$



## Efecto de las presiones sobre un cilindro rotatorio



$$dFv = \Delta P ds L \text{sen}\theta$$

$$dFv = \Delta P r_0 d\theta L \text{sen}\theta$$

$$dFv = \Delta P r_0 d\theta L \text{sen}\theta$$

$$S = - \int_0^{2\pi} dFv = \int_0^{2\pi} \Delta P r_0 d\theta L \text{sen}\theta$$

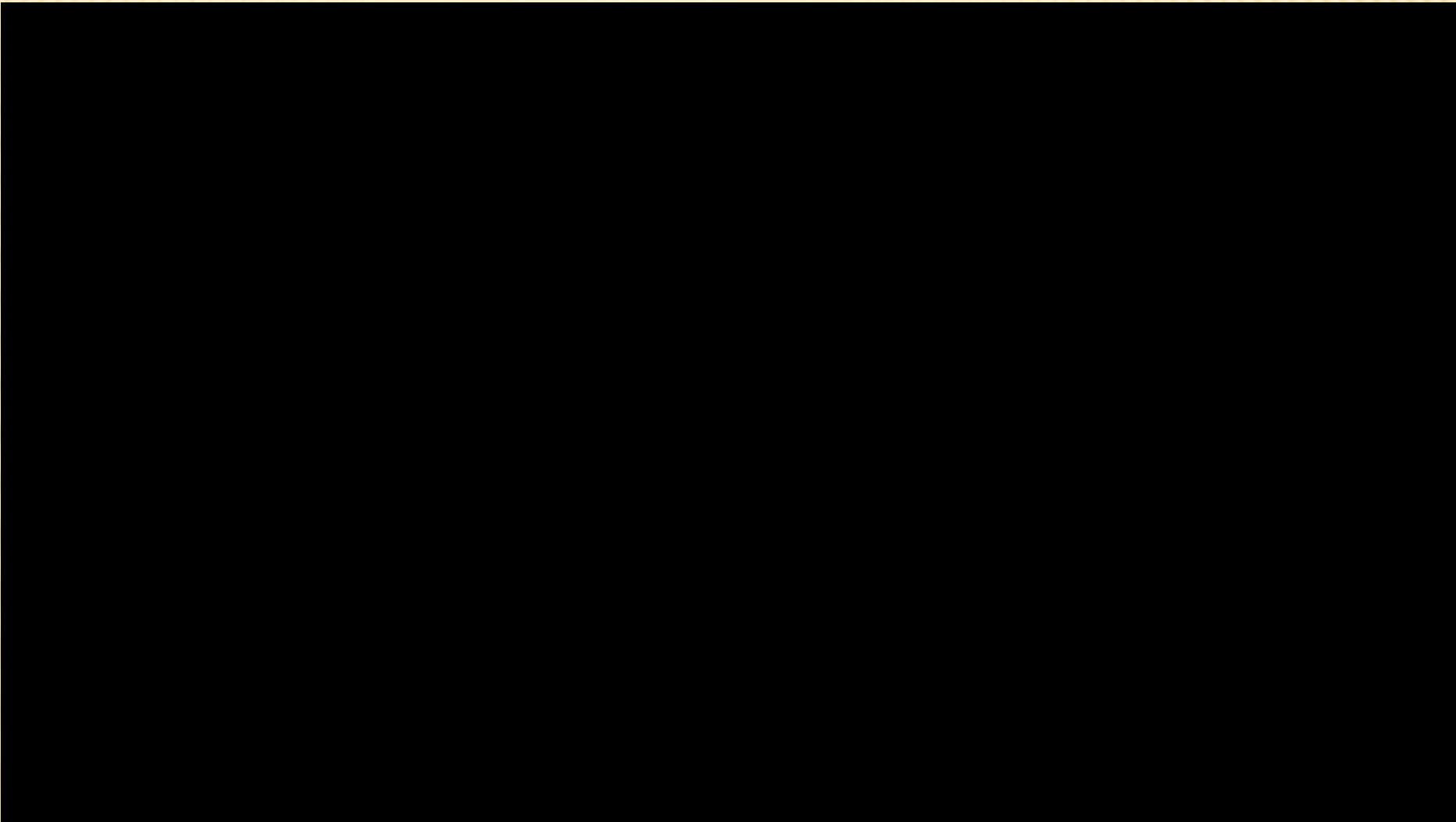
$$\Delta P = \frac{\rho(V_0^2 - V^2)}{2} \qquad V = 2V_0 \text{sen}\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r_0}$$

Reemplazando  $V$  en  $\Delta P$  y luego en la sustentación, integrando de 0 a  $2\pi$

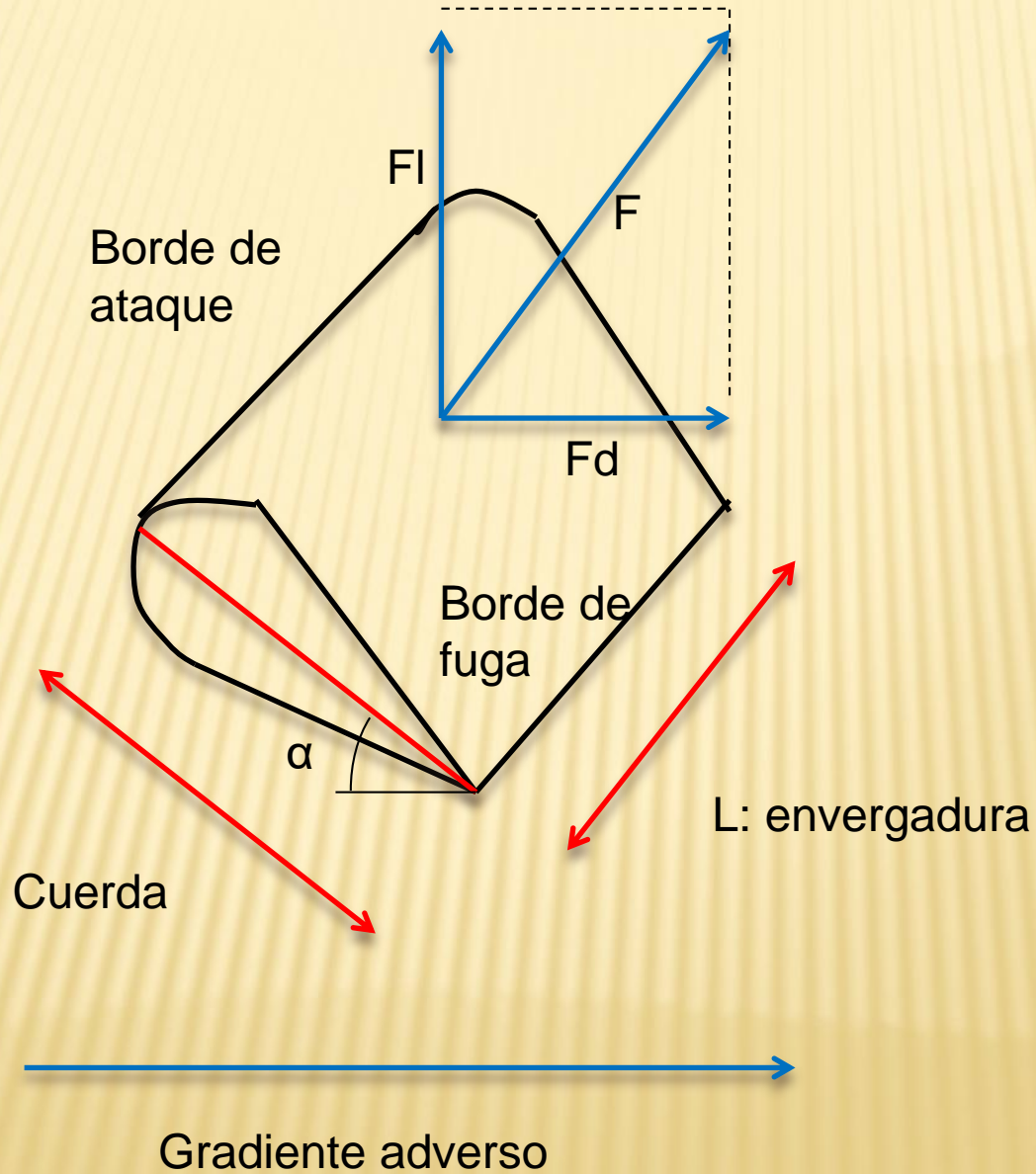
$$S = L\rho V_0 \Gamma$$

**Ecuación de Kutta Jukowsky: para que haya sustentación debe haber circulación, esto se conoce como efecto Magnus**





# Perfil alar

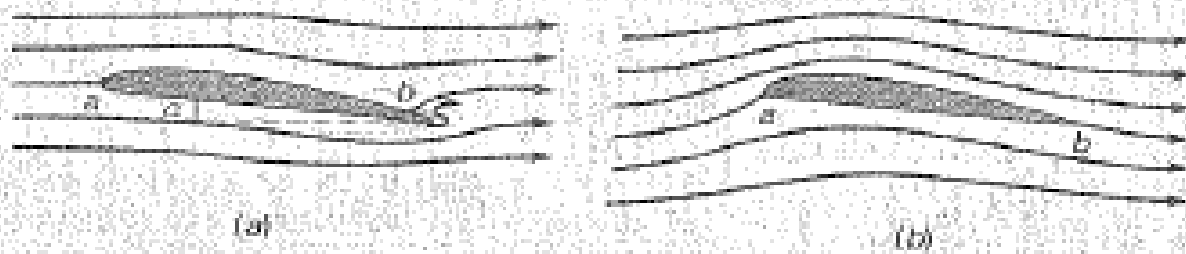


$$F_L = C_L \rho V^2 A/2$$

$$F_d = C_d \rho V^2 A/2$$

**FIGURA 9.19**

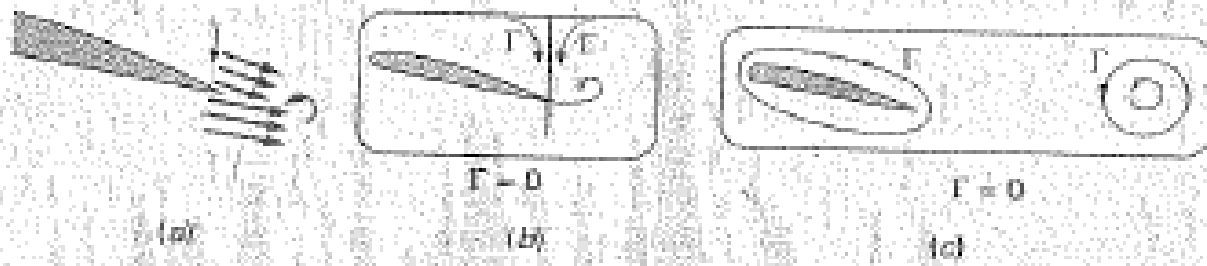
Ajuste de los puntos de remanso para evitar una velocidad infinita en el borde de salida.



**FIGURA 9.20**

Desarrollo del torbellino de arranque.

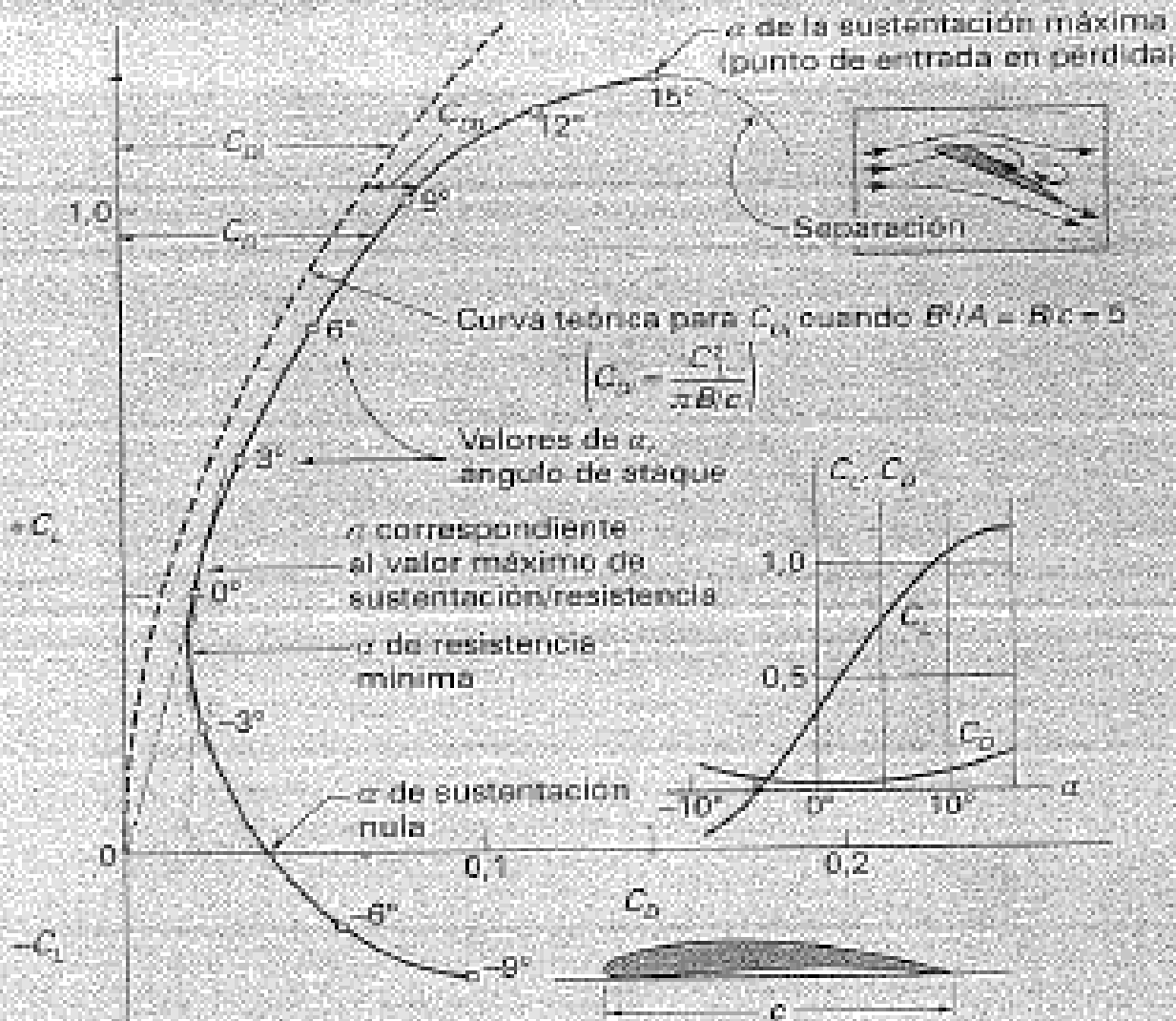
Discontinuidad de velocidad en el borde de salida

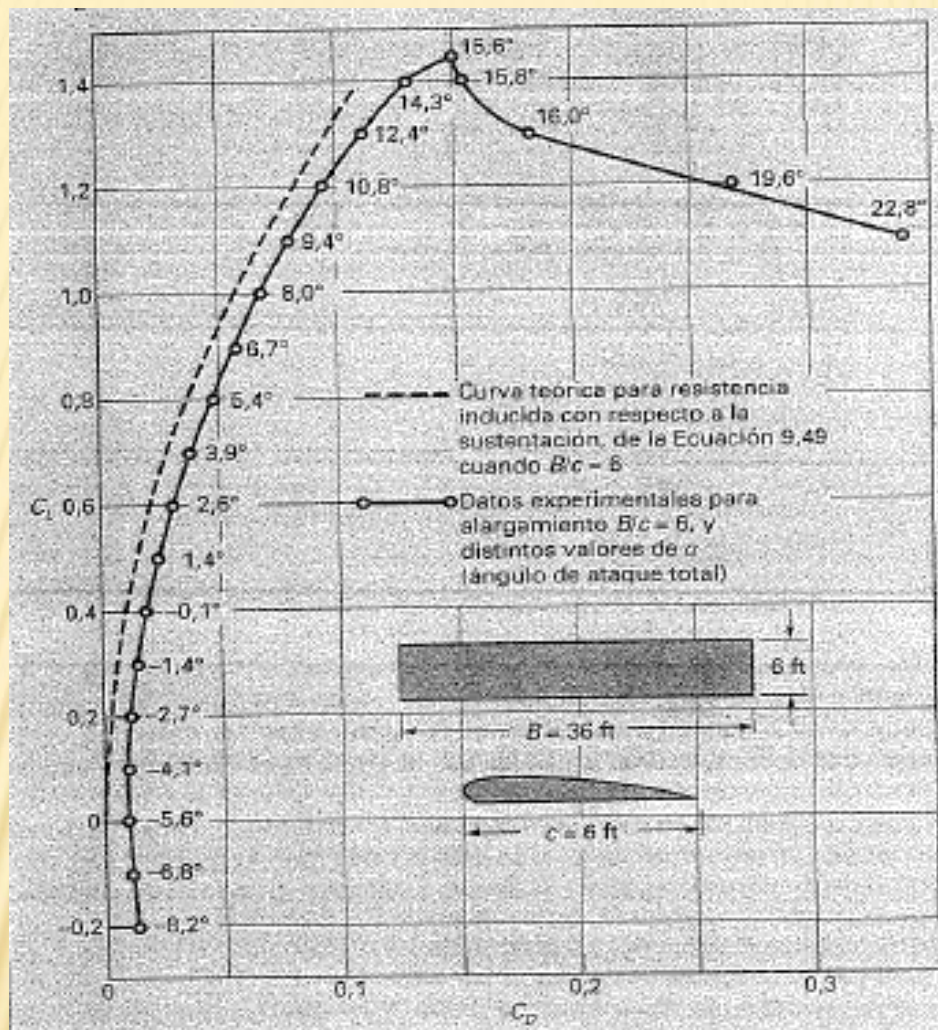




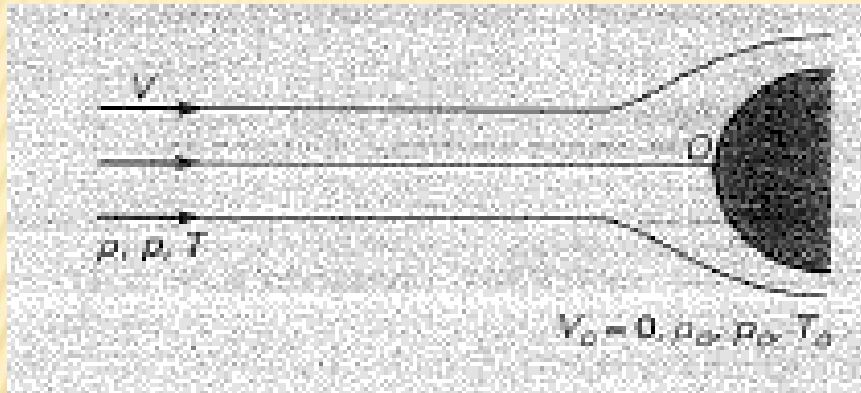
**FIGURA 9.23**

Curva polar para un ala con alargamiento 5. (Curva de L. Prandtl y O. G. Tietjens. *Applied Hydro- and Aeromechanics*, pág. 152; McGraw-Hill, New York, 1934.)





## Propiedades de remanso en flujo adiabático



$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

$$\Delta h = C_p \Delta T$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2(h_1 - h_2) = 2C_p(T_1 - T_2)$$

$$C_p = \frac{kR}{k-1}$$

$$pv = RT$$

$$V_2^2 - V_1^2 = \frac{2k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{2k}{(k-1)} RT_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$C_p T_1 + \frac{V_1^2}{2} = C_p T_2 + \frac{V_2^2}{2} = C_p T_0$$



## Temperatura de remanso

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{V^2}{2C_p T}$$

$$C_p = \frac{kR}{k-1} \quad \frac{V^2}{kRT} = Ma^2$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} Ma^2$$

## Presión y densidad de remanso

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

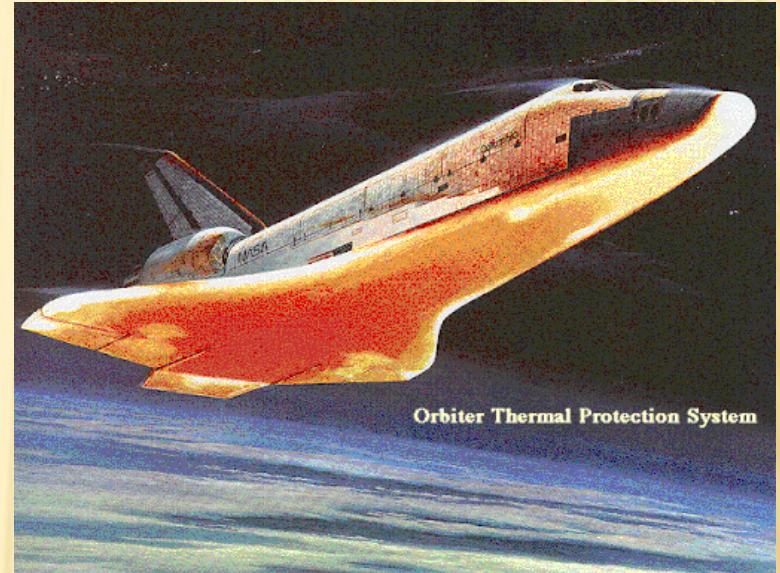
$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

## Velocidad del sonido

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{T_0}{T}}$$

$$\frac{c_0}{c} = \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} Ma^2}$$









## LEY DE STOKES

Stokes estudió las partículas en suspensión en un fluido con  $Re < 1$  (sedimentación). Trabajó con partículas esféricas

Fuerzas actuantes:

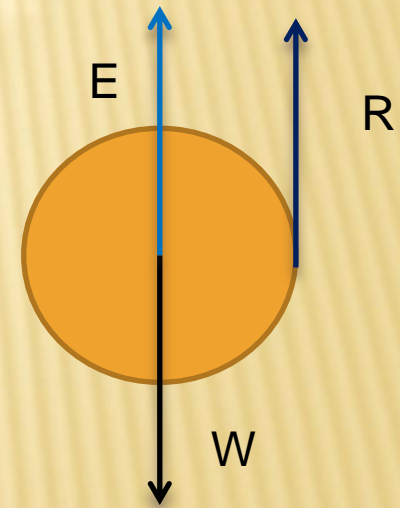
$$\text{Peso} = \rho_e g V = \gamma_e V$$

$$\text{Empuje de Arquímedes} = \rho_f g V = \gamma_f V$$

$$\text{Fuerza de arrastre} = C_d \rho A V^2 / 2$$

$$\text{En equilibrio} \quad P = E + R$$

$$\text{Aceleración} = 0 \text{ y } V = \text{cte}$$



$$\left(\frac{4}{3}\right) \pi r_0^3 \gamma_e = \left(\frac{4}{3}\right) \pi r_0^3 \gamma_f + C_d A \rho V_0^2 / 2$$

$$C_d = 24/Re$$

$$\left(\frac{4}{3}\right) \pi r_0^3 (\gamma_e - \gamma_f) = \left(\frac{24}{Re}\right) A \rho V_0^2 / 2$$

$$\left(\frac{4}{3}\right) \pi r_0^3 (\gamma_e - \gamma_f) = \left(\frac{24\mu}{\rho V_0 D}\right) A \rho V_0^2 / 2$$

$$V_0 = \left(\frac{2}{9}\right) * \frac{Re^2}{\mu} (\gamma_e - \gamma_f)$$