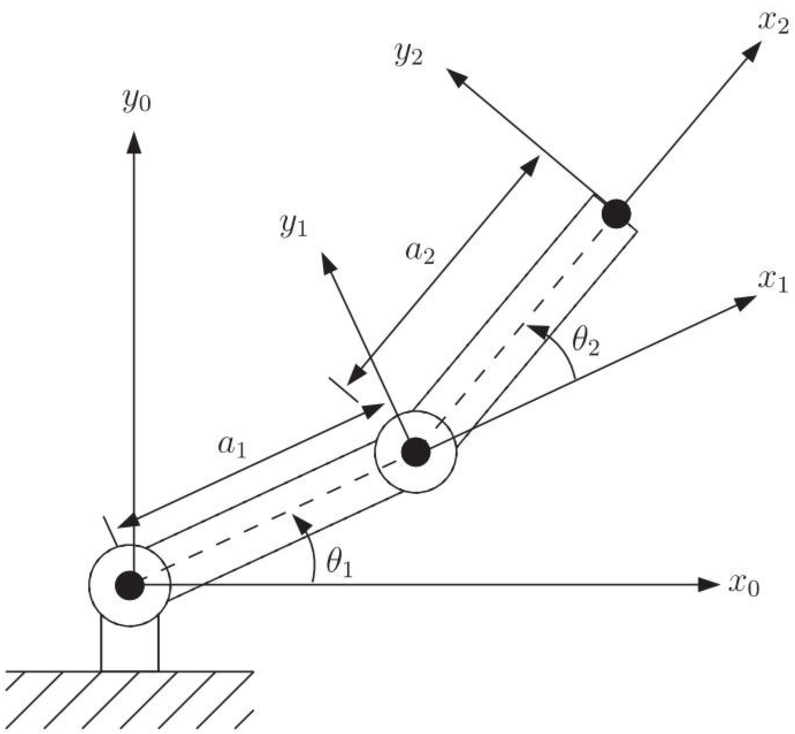
## Cinemática Inversa

Ejercicio 1: Considere el robot de planar de 2 gdl de la siguiente figura.




1. Utilice el método geométrico para hallar un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el siguiente problema:
$$\bar{q} = f(x, y, \gamma)$$
Donde:
    a. $x$: es la coordenada en $x_0$ del origen del $S\{2\}$.
    b. $y$: es la coordenada en $y_0$ del origen del $S\{2\}$.
    c. $\gamma$: es el ángulo formado entre $x_0$ y $x_2$ alrededor de $z_0$.

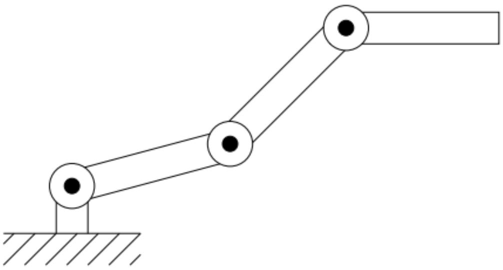
2. Utilice el método geométrico para hallar un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el siguiente problema:
$$\bar{q} = f(x, y)$$
Donde:
    a. $x$: es la coordenada en $x_0$ del origen del $S\{2\}$.
    b. $y$: es la coordenada en $y_0$ del origen del $S\{2\}$.

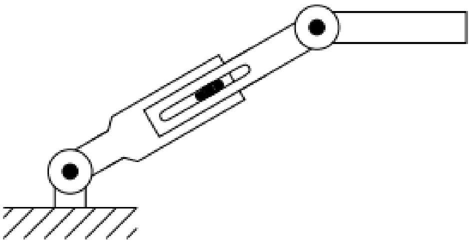
3. ¿Si cada articulación puede rotar $\pm 180°$ a partir de la asignación DH que surge de la figura anterior, cuántas posibles soluciones se deben considerar en los puntos 1 y 2 anteriores?

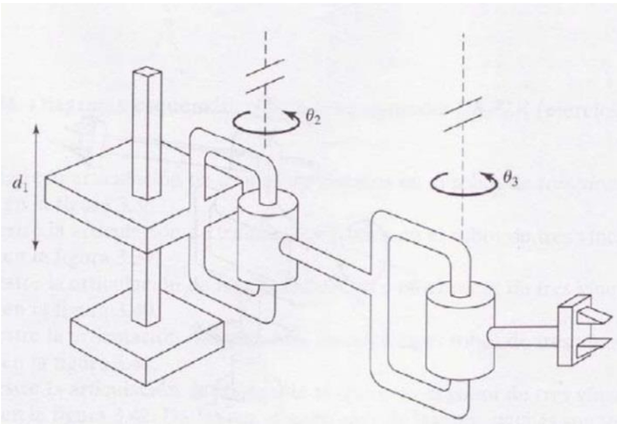
4. ¿Y qué sucede si cada articulación puede rotar $\pm 225°$? ¿Y $\pm 90°$?

5. ¿Cómo se podría proceder si las articulaciones giraran sin límites?

Ejercicio 2: Analice los 3 robots del práctico anterior, y determine, para cada uno, al menos una formulación que implique infinitas soluciones, y una que implique un número finito de soluciones. Considere límites de $\pm 180°$ para articulaciones rotacionales.

1. 

2. 

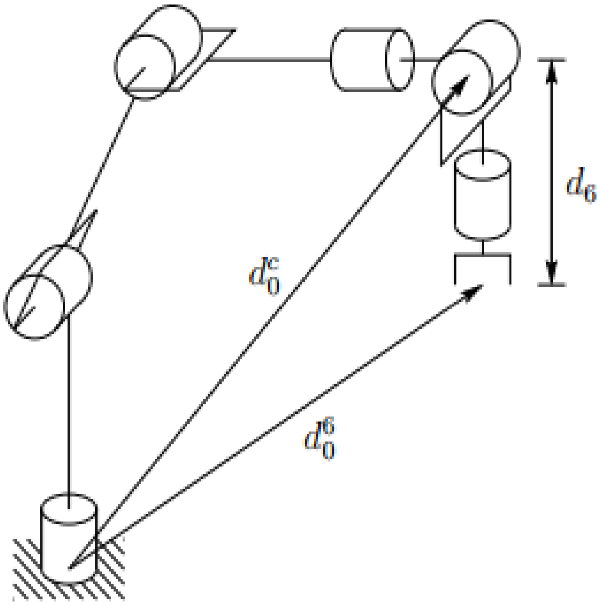
3. 


Ejercicio 3: Halle un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el problema cinemático inverso del segundo robot por el método geométrico. Seleccione una formulación con cantidad finita de soluciones. Estudie si es necesario contemplar límites en la segunda articulación.

Ejercicio 4: Trabaje con el tercer robot y halle un conjunto de ecuaciones que resuelvan la cinemática inversa por el método algebraico. Se recomienda usar un software que permita el trabajo simbólico.

Ejercicio 5: Primer problema de Pieper.

Una gran cantidad de los robots industriales tipo serie comerciales tienen una estructura cinemática similar a la de la figura siguiente (Spong 2005). Es decir, 6 GDL rotacionales con los últimos 3 ejes articulares cruzándose en un punto (muñeca, articulación esférica).

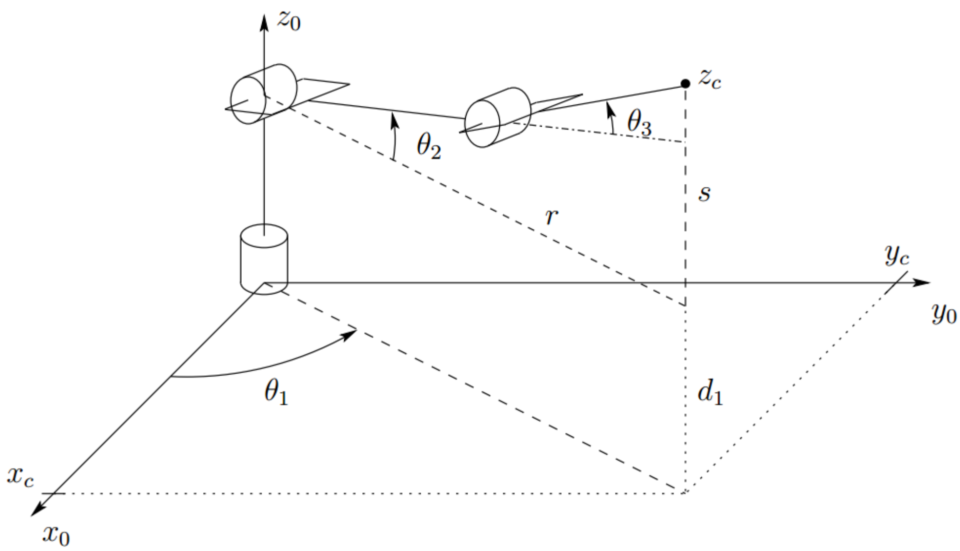




El método de Pieper consiste en desacoplar el robot y resolver dos problemas por separado. El punto $d_0^c$ (muñeca) se puede conocer (pero no su orientación) a partir del conocimiento de la matriz $T$ mediante:

$$\bar{d}_0^c = \bar{d}_0^6 - a_6 \overline{\boldsymbol{a}}$$

Por lo tanto el primer problema consiste en determinar todas las posibles combinaciones de $\theta_1, \theta_2$ y $\theta_3$ que permiten colocar la muñeca del robot en ese punto específico. En la figura siguiente se presenta el esquema para esta parte del problema.



Trabajando con esta estructura de 3GDL:

1. Halle una expresión para calcular geométricamente el valor de $\theta_1$.
2. Considere que $\theta_1$ tiene una amplitud mayor a $180°$ y menor a $360°$. Observe que en este caso pueden existir dos valores de $\theta_1$ para llegar a una posible solución, dependiendo de los límites de $\theta_2$ y $\theta_3$.
3. Trabajando en papel dibuje las 4 posibles soluciones del problema. Trabaje en el plano $x_1 - y_1$.
4. Halle las expresiones necesarias para calcular los valores de $\theta_2$ y $\theta_3$.
5. Implemente adecuadamente las ecuaciones en Matlab para poder determinar los 4 conjuntos de $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ que cumplen con un determinado punto $c$.
6. Aplique la convención de Denavit Hartenberg y determine los parámetros de las 3 articulaciones.
7. Considere longitud unitaria en eslabones y escriba una rutina en Matlab para poder trabajar con un objeto de la clase SerialLink.
8. Proponga diferentes puntos en el espacio de trabajo del robot simplificado (3gdl) y calcule los 4 conjuntos de posibles valores articulares.
9. Verifique mediante el método fkine(q) que los 4 conjuntos hallados dan como resultado una matriz $T$ con el mismo vector de posición.
10. Utilice el método ikine(T) de la clase SerialLink para calcular el vector de posiciones articulares $q$ para cada matriz $T$ del punto 9. Analice adecuadamente los parámetros necesarios (help SerialLink/ikine). Considere que necesitará un vector. Saque sus conclusiones respecto a los resultados.

<u>Ejercicio 6:</u> Segundo problema de Pieper.

Este problema consiste en hallar el valor de las últimas 3 articulaciones del robot, que permiten orientar el extremo según la matriz $T$ dato. Específicamente se desea hallar los valores articulares que permiten llegar a ${}^0T_6$ partiendo de ${}^0T_3$, es decir, los valores que permiten calcular ${}^3T_6$.

1. Considere que ${}^0T_3$ no es única.
2. Adopte límites articulares $[0°, 360°)$.
3. Analice la multiplicidad de soluciones.
4. Adopte el método que desee para resolver el problema (geométrico o matricial).
5. Verifique sus resultados mediante cinemática directa de forma similar al ejercicio anterior.
6. Integre el desarrollo con el del ejercicio anterior y escriba una única función de Cinemática Inversa para el robot completo. Verifíquela.

<u>Ejercicio TF:</u> Escriba una función de cinemática inversa para su robot en particular, con las siguientes características:

1. Debe recibir los parámetros cartesianos que considere necesarios (pudiendo ser una matriz de transformación homogénea) y un vector de posiciones articulares.
2. Debe devolver (siempre) un vector de posiciones articulares y booleano.

3. En el cuerpo de la función debe verificarse que el punto esté en el espacio de trabajo del robot, luego deben hallarse todas las soluciones posibles, finalmente debe devolverse la solución más cercana al vector articular recibido como parámetro. Si la solución es exacta el booleano debe ser verdadero. Cuando el punto esté fuera del espacio de trabajo este booleano será falso y se deberá devolver una posición articular coherente a la aplicación (la misma pasada como parámetro o la más cercana podrían ser algunas posibilidades).