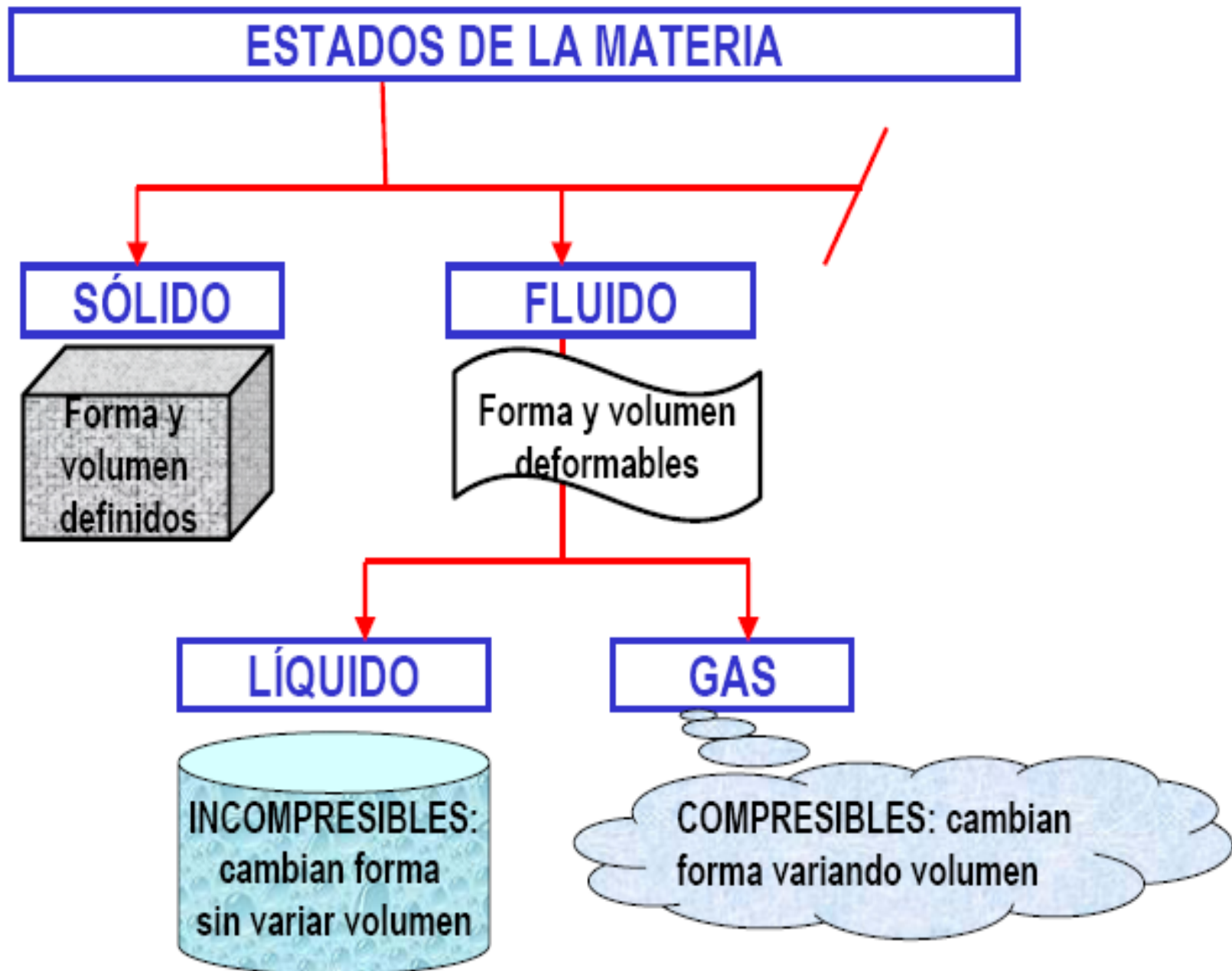


PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

DEFINICIÓN BÁSICA DE FLUIDO:

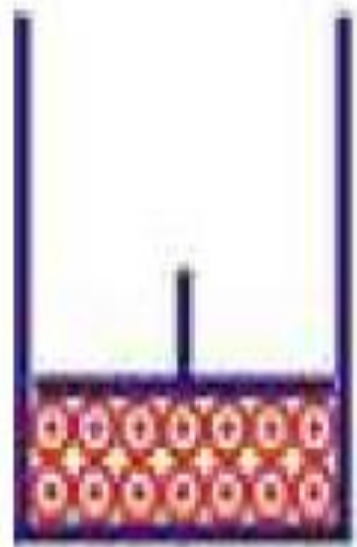


■ Cuales son los principales estados de agregación de la materia?

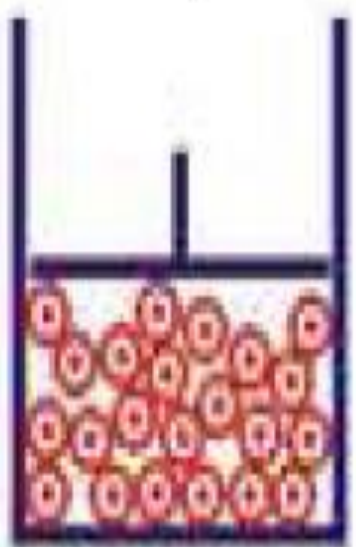
SOLIDO

FLUIDO

PLASMA



Sólido



Líquido

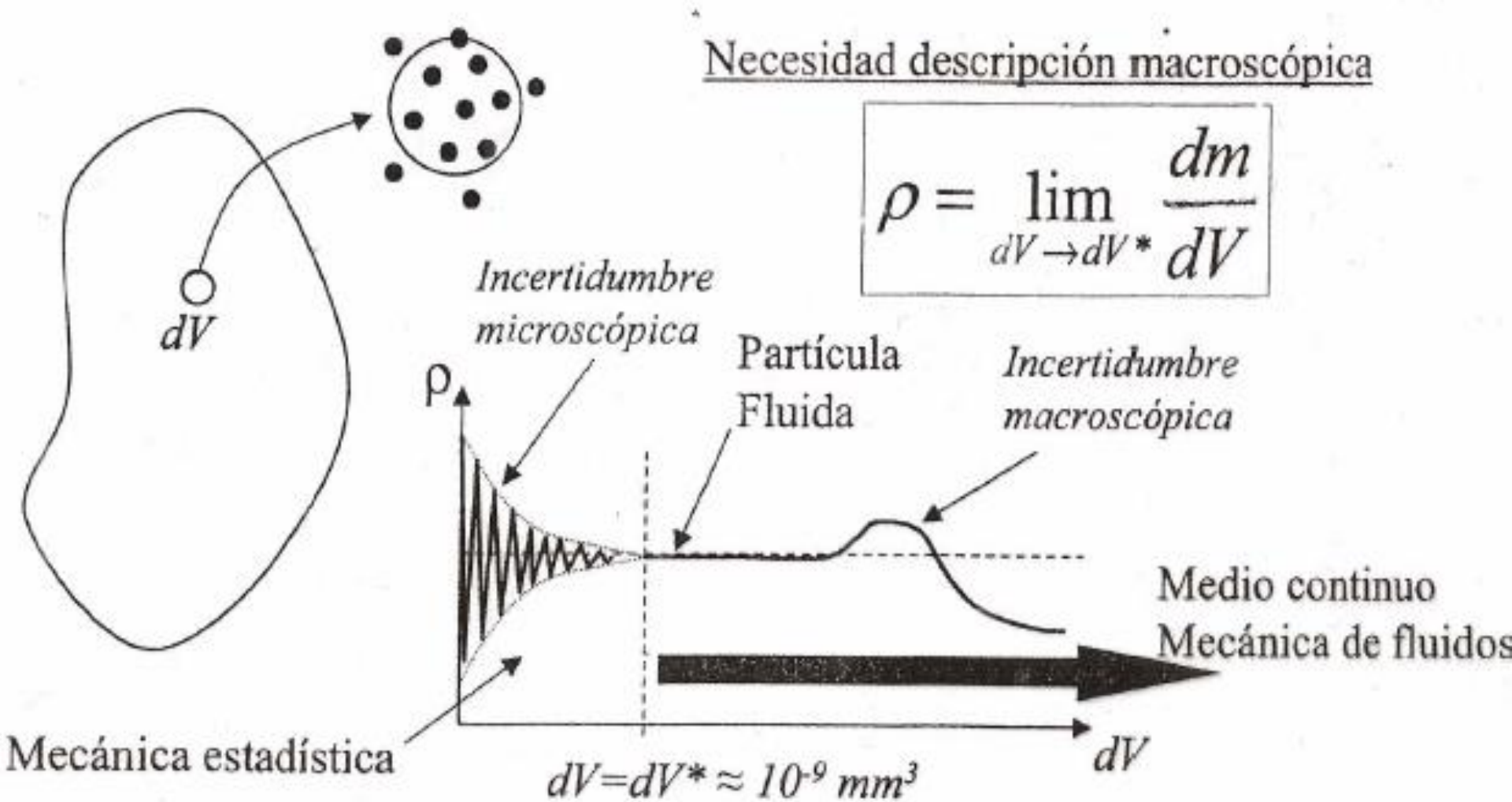


Gas



Plasma

Fluido como Medio Continuo



$V = 10^{-9} \text{ mm}^3$ aire en CN $\rightarrow 3 \cdot 10^7$ moléculas

- La hipótesis del continuo:

- La materia no es continua sino que está compuesta por moléculas, las cuales interactúan entre sí a través de colisiones y fuerzas intermoleculares. La fase en la que se encuentra una materia es consecuencia directa del espaciado entre moléculas y las fuerzas intermoleculares.

Sólido: Las distancias son cortas y las fuerzas intermoleculares fuertes, lo suficiente como para que un trozo de materia mantenga su forma y su volumen.

Líquido: Las distancias son más largas y las fuerzas más débiles, lo que provoca que aunque tengan la suficiente intensidad como para mantener su volumen, no sean capaces de mantener la forma.

Gas: El espaciado entre moléculas posibilita una disminución drástica de las fuerzas que unen las moléculas entre sí, lo que hace que no puedan mantener ni forma ni volumen.

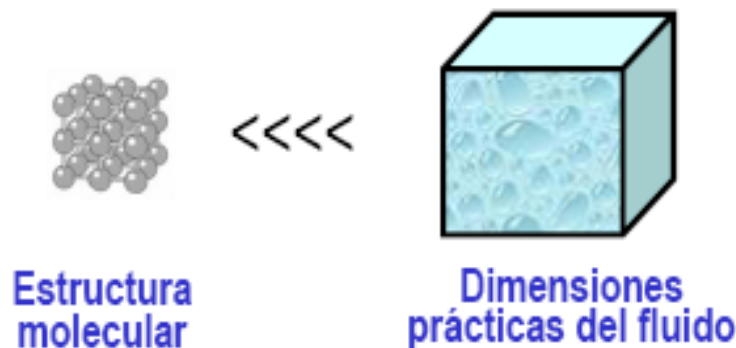
- Podemos considerar una región de un fluido como continua cuando para un volumen dado, el cual contiene un número suficientemente grande de moléculas, el efecto individual de una molécula individual sobre las propiedades de densidad, temperatura o presión del fluido dentro de ese volumen son despreciables. A efectos prácticos en la ingeniería, consideraremos los fluidos como medios continuos

	Distancias intermoleculares	Fuerzas intermoleculares	Propiedades
Sólido	Cortas	Fuertes	Mantiene forma y volumen
Líquido	Más largas	Más débiles	Mantiene volumen
Gas	Largas	Débiles	No mantiene forma ni volumen

EN REALIDAD: las propiedades de cada estado deberían ser medidas molécula a molécula, pero esto sería inviable.

EN LA PRÁCTICA (aplicaciones de la ingeniería), interesan efectos promedios o macroscópicos de un gran número de moléculas, que son los que normalmente percibimos y medimos.

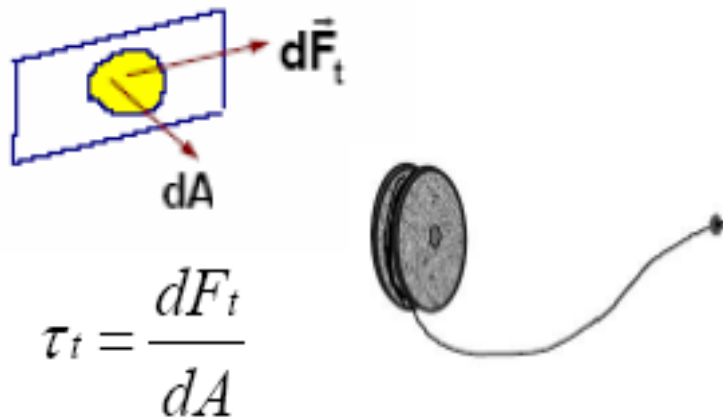
La hipótesis del continuo trata al fluido como una materia **infinitamente indivisible**, sin importar el comportamiento individual de las moléculas. Usando esta idealización, se puede considerar que las propiedades del fluido tienen un valor dependiente del punto en el espacio, ignorando la estructura molecular de la materia.



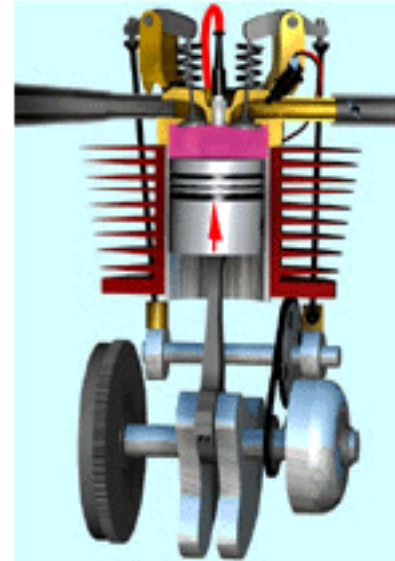
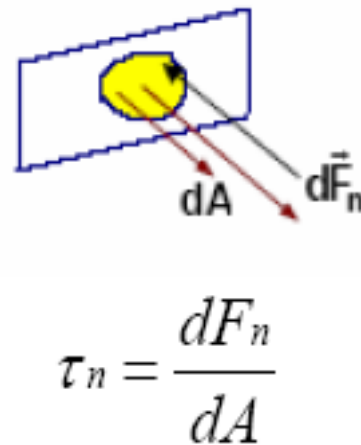
DEFINICIÓN ESFUERZO

Tomando un elemento de área pequeño (dA) sobre el cual actúa un elemento de fuerza (dF), se define esfuerzo como $\tau = dF/dA$. Los esfuerzos pueden ser tangenciales o normales.

Para los **esfuerzos tangenciales** o de corte (τ_t), la fuerza es tangente al área sobre la que actúa.



Para los **esfuerzos normales** (τ_n), la fuerza es normal (perpendicular) al área que resiste la deformación, pudiendo ser de compresión o de tracción.

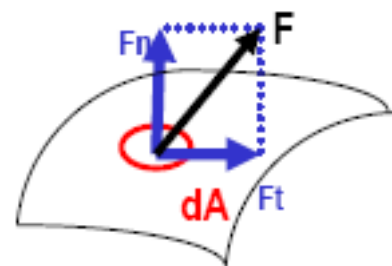


DEFINICIÓN TÉCNICA DE FLUIDO

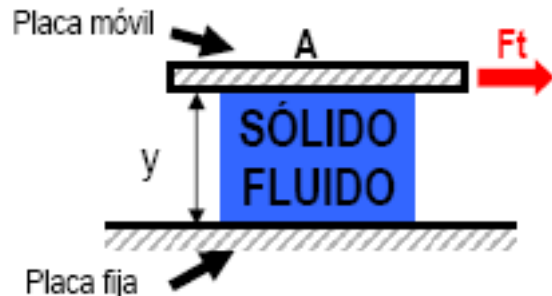
- **Sólidos:** Bajo la acción de un esfuerzo tangencial finito, el sólido sufre una deformación angular finita, proporcional a éste hasta su límite de elasticidad.
- **Fluidos:** Bajo la acción de un esfuerzo tangencial finito, el líquido sufre una deformación angular continua proporcional a éste mientras el esfuerzo tangencial es aplicado.

Esfuerzo tangencial:

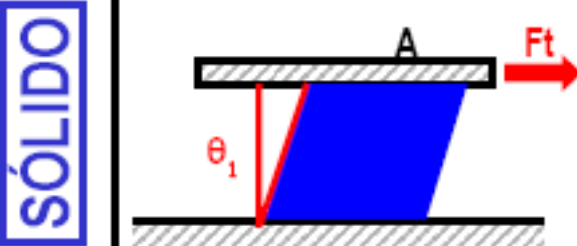
Componente tangencial de una fuerza sobre una superficie por unidad de área



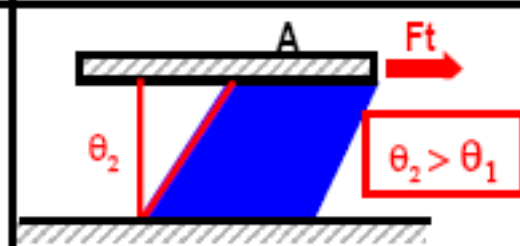
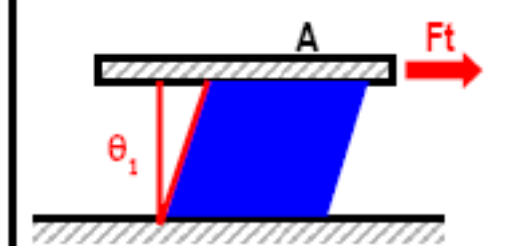
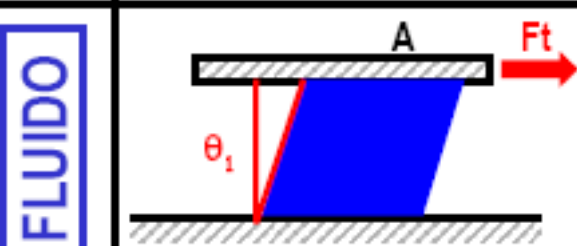
TIEMPO: 0s



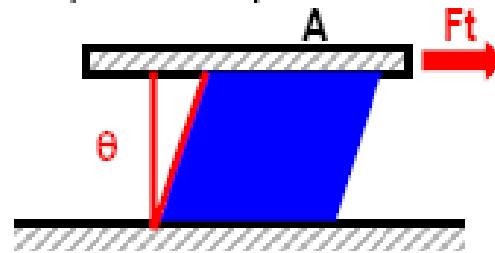
TIEMPO: 1s



TIEMPO: 2s



Supongamos una placa móvil, de área A , que se desplaza sobre una película de fluido, arrastrada por una fuerza tangencial F_t .



SÓLIDO

$$\tau_t = \frac{dF_t}{dA} = CTE \cdot \theta$$

FLUIDO

$$\tau_t = \frac{dF_t}{dA} = CTE \cdot \frac{\theta}{t}$$

- Definición de Fluido:

Existen un gran número de definiciones de fluido, pero de forma genérica podríamos decir que, **fluido es toda sustancia fácilmente deformable**, es decir al aplicarle un esfuerzo cortante, por pequeño que este sea, siempre aparecerá una deformación continua en el fluido en forma de gradiente de velocidades como reacción frente al esfuerzo.

• **Sólidos**: Bajo la acción de una acción tangencial finita, el sólido sufre una deformación, angular, también finita, proporcional a ésta. La constante de proporcionalidad es G, el **módulo de rigidez**:

$$\tau_{xy} \propto \varepsilon_{xy} \longrightarrow \tau_{xy} = G \varepsilon_{xy}$$

• **Líquidos**: Bajo la acción de una acción tangencial finita, el líquido sufre una **deformación angular continua** proporcional a ésta mientras la fuerza tangencial es aplicada. La resistencia a la deformación en los líquidos es indicada por la viscosidad dinámica, μ , que será la constante de proporcionalidad:

$$\tau_{xy} \propto \varepsilon_{xy} \longrightarrow \tau_{xy} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Ec. Newton de la viscosidad

Así, en los sólidos la deformación es proporcional al gradiente de los desplazamientos, mientras que en los líquidos lo es al gradiente de las velocidades.

Unidades básicas

Cantidad	Dimensiones	Sistema MKS	Sistema CGS	Sistema inglés	Equivalencia SI ¹ Singlés
Longitud	L	m	cm	ft	1 ft=0.3048 m
Masa	M	kg	g	slug	slug=14.6 kg
Tiempo	t	s	s	s	
Temperatura Absoluta	T	Kelvin	Kelvin	R (Rankine)	$K = \frac{5}{9}(R - 491.7) + 273$
Temperatura Ordinaria	T	C (Celsius)	C (Celsius)	F (Fahrenheit)	$C = \frac{5}{9}(F - 32)$

Prefijos

Mayores unidad		Menores unidad	
10^3	Kilo	10^{-3}	mili
10^6	Mega	10^{-6}	micra (μ)
10^9	Giga	10^{-9}	nano
10^{12}	Tera	10^{-12}	pico

Derivadas

Cantidad	Dimensiones	Sistema MKS	Sistema CGS	Sistema inglés
F (Fuerza)	$M.L/t^2$	N (Newton) = $Kg.m/s^2$	Dina = $g.cm/s^2$	Lb (Libra) = $slug.ft/s^2$
Esfuerzo Presión	$M/(Lt^2)$	Pa (Pascal) = N/m^2 mmHg bar	Dina/ cm^2	psi = Lb/ pul^2 pulHg
Trabajo, energía $W=F.L$	$M.L^2/t^2$	J (Joule) = $N.m$ = $kg.m^2/s^2$	Ergio = dina.m = $g.cm^2/s^2$	Lb.ft = 1.3546 J
P (Potencia), $P=W/t=F.V$	$M.L^2/t^3$	W (Watio) = $J/s = kg.m^2/s^3$	Ergio/s = $gr.cm^2/s$	hp = 550.46 Lb.ft/s hp = 745.7 W CV = 735.5 W

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Las propiedades/magnitudes representan de forma macroscópica las características microscópicas.

Cada una de las propiedades utilizadas en mecánica está asociada con una dimensión física.

MAGNITUDES FUNDAMENTALES

Magnitud	Dimensión	Unidad SI*
Masa	M	kg
Longitud	L	m
Tiempo	T	s

MAGNITUDES DERIVADAS

Magnitud	Dimensión	Unidad SI*
Densidad	$M L^{-3}$	kg/m^3
Fuerza	$M L T^{-2}$	N
Presión	$M L^{-1} T^{-2}$	N/m^2

Las propiedades de los materiales también se pueden subdividir en:

PROPIEDADES EXTENSIVAS

Dependen de la masa total del sistema

Densidad, energía, etc

PROPIEDADES INTENSIVAS

NO dependen de la masa total del sistema

Temperatura, presión, etc

PESO Y MASA

QUAL ES TU MASA

QUAL ES TU PESO

PESAS LO MISMO EN CAPITAL QUE EN LA CIMA DEL ACONCAGUA

PESAS LO MISMO EN JÚPITER QUE EN LA LUNA



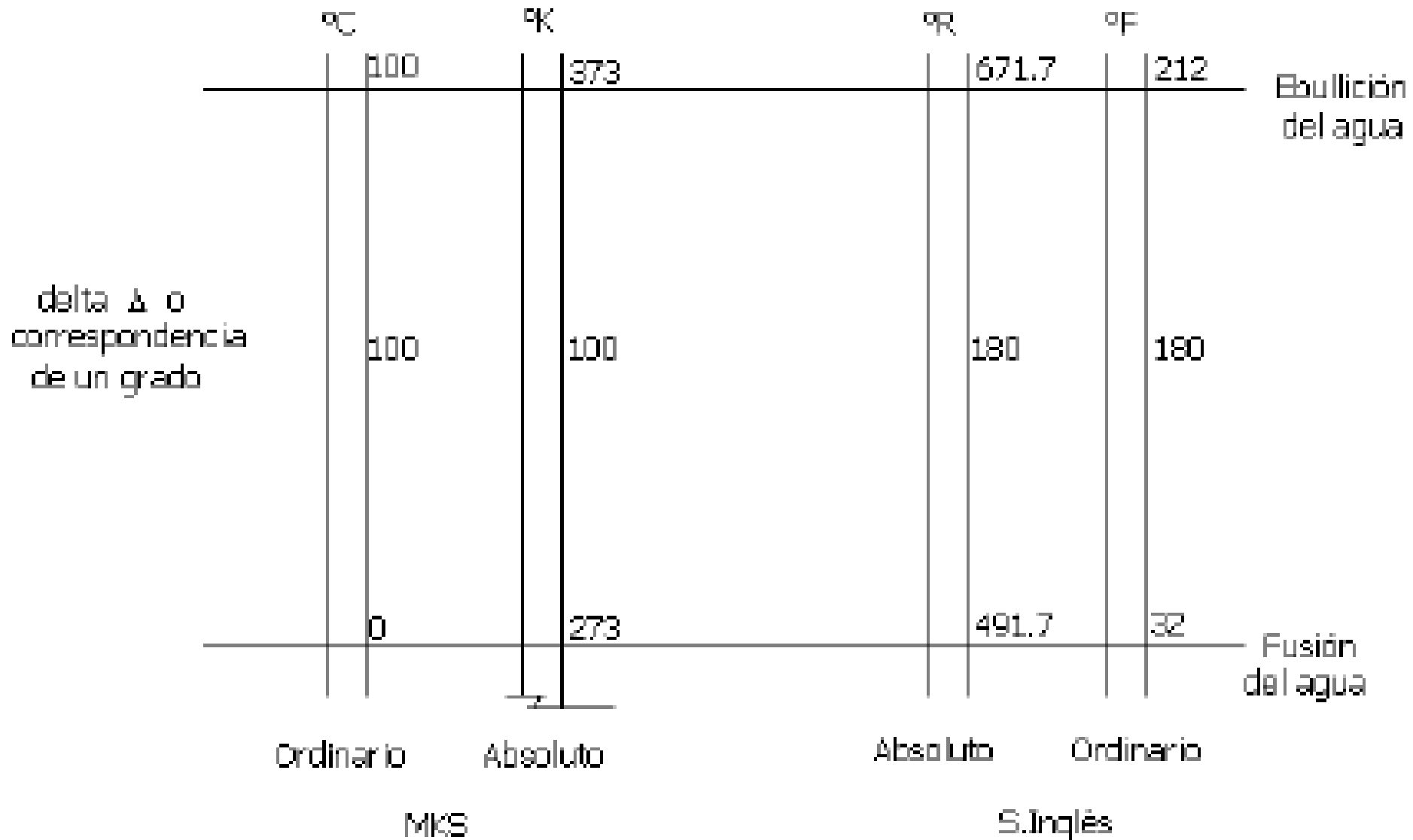
$$\vec{W} = m \cdot \vec{g}$$

Tierra

Luna

Espacio

Escalas



0 Absoluto Ningún movimiento molecular

Propiedades Básicas

Densidad para sólidos y líquidos a 20°C

■ Densidad ρ

$$\rho = \frac{m}{V}$$

■ Peso específico γ

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \frac{W}{V} = \rho \cdot g$$

■ Volumen específico V_{exp}

$$V_{exp} = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

■ Densidad relativa (d.r)

$$d.r = \frac{\rho_L}{\rho_{H_2O}}$$

■ Peso específico relativo S

$$S = GS = \frac{\gamma_L}{\gamma_{H_2O}} = \frac{\rho_L \cdot \cancel{g}}{\rho_{H_2O} \cdot \cancel{g}} = d.r$$



SÓLIDOS			
Sustancia	Densidad (g/cm ³)	Sustancia	Densidad (g/cm ³)
Acero	7.7-7.9	Oro	19.31
Aluminio	2.7	Plata	10.5
Cinc	7.15	Platino	21.46
Cobre	8.93	Plomo	11.35
Cromo	7.15	Silicio	2.3
Estaño	7.29	Sodio	0.975
Hierro	7.88	Titanio	4.5
Magnesio	1.76	Vanadio	6.02
Niquel	8.9	Volframio	19.34
LÍQUIDOS			
Sustancia	Densidad (g/cm ³)	Sustancia	Densidad (g/cm ³)
Aceite	0.8-0.9	Bromo	3.12
Ácido sulfúrico	1.83	Gasolina	0.68-0.72
Agua	1.0	Glicerina	1.26
Agua de mar	1.01-1.03	Mercurio	13.55
Alcohol etílico	0.79	Tolueno	0.866

- Propiedades

1.- Densidad, Volumen específico y densidad relativa

Densidad:	$\rho = \left[\frac{M}{L^3} \right]$	$\left(\begin{array}{l} \text{La densidad de referencia} \\ \text{en los líquidos suele ser el} \\ \text{agua pura a } 4 \text{ }^\circ\text{C y } 101330 \\ \text{N/m}^2 \end{array} \right)$
Densidad Relativa:	$\frac{\rho}{\rho_0} = [-] \leftarrow \rho_0 = 1000 \frac{kg}{m^3}$	
Volumen Específico:	$v = \frac{1}{\rho} = \left[\frac{L^3}{M} \right]$	
Peso Específico:	$\gamma = \rho \cdot g = \left[\frac{M}{L^3} \right] \left[\frac{L}{T^2} \right] = \left[\frac{M}{T^2 L^2} \right]$	
Peso Específico Relativo:	$\frac{\gamma}{\gamma_0} = [-] \leftarrow \gamma_0 = \rho_0 \cdot g$	

Densidad (magnitud escalar)

No presenta discontinuidades salvo cambio de fase o onda de choque.

$$\rho(\vec{x}, t) \quad [\rho] = \text{kg/m}^3$$

Densidad relativa:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{\rho}{1000}$$

Líquidos $\rightarrow \rho = \rho(p, T) \approx \rho = \rho(T) \approx \text{cte}$

Ej:	H ₂ O	1000 Kg/m ³
	Hg	13600 Kg/m ³

Gases $\rightarrow \rho = \rho(p, T)$ según ecuación estado térmica

$$\text{Gas ideal: } \rho = \frac{p}{R \cdot T}$$

Aire ($p = 1 \text{ bar}$; $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$; $R = 287 \text{ J/kg-K}$) $\rightarrow \rho = 1,17 \text{ kg/m}^3$

En los gases $\rho = \text{cte}$ (incompresible) o $\rho \neq \text{cte}$ (compresible) según variaciones p , T

$$\rho = f(P, T^\circ)$$

La densidad es una de las propiedades mas habituales y útiles en el estudio de los fluidos, es el ratio entre la masa de una porción de fluido y el volumen que ocupa:

$$\rho = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La densidad depende de la temperatura y la presión en todos los fluidos. Para una presión dada, si la temperatura aumenta la densidad disminuye, mientras que si disminuye, es la densidad la que aumenta. En cambio, para una temperatura dada, si la presión aumenta, la densidad también lo hace, disminuyendo cuando la presión lo hace. En general podemos escribir:

$$\rho = \rho(P, T) \rightarrow \delta\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_{T=\text{cte}} \cdot \delta P + \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P=\text{cte}} \cdot \delta T$$

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_{T=\text{cte}} \cdot \frac{\delta P}{\rho} + \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P=\text{cte}} \cdot \frac{\delta T}{\rho} = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial P}\right)_{T=\text{cte}} \cdot \delta P + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial T}\right)_{P=\text{cte}} \cdot \delta T$$

Coefficiente de compresibilidad

$$E \equiv \frac{1}{\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial P}\right)_{T=\text{cte}}}$$

Coefficiente de Expansión Térmico

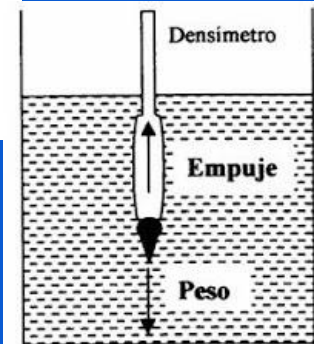
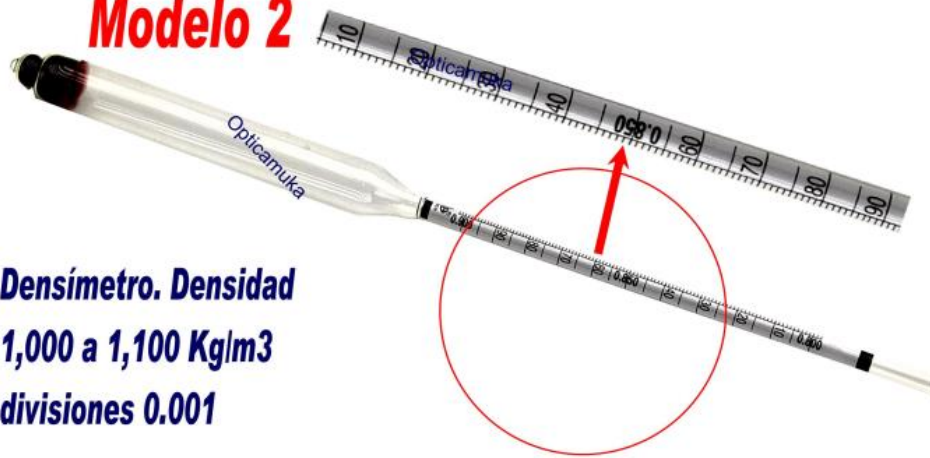
$$\beta \equiv -\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial T}\right)_{P=\text{cte}}$$

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{E} \cdot \delta P - \beta \cdot \delta T$$



Modelo 2

Densímetro. Densidad
1,000 a 1,100 Kg/m³
divisiones 0.001



Más densos que el agua 1 0.8 Menos densos que el agua

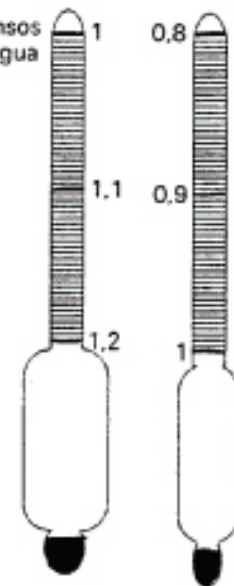


FIGURA 21.1

FIGURA 21.2

Los densímetros no son muy precisos.

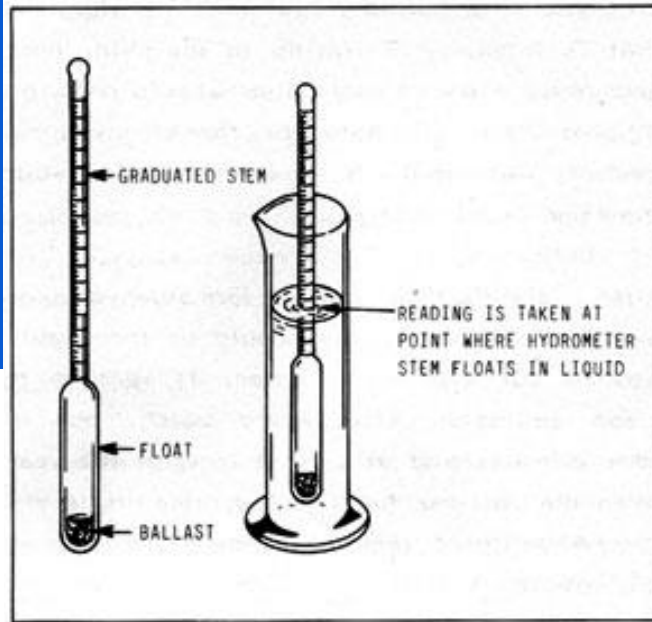
Ludwig Schneider 

de uso o nomenclatura
especifica

g/cm^3



para aceites
minerales



MANEJO DEL DENSÍMETRO



INTRODUCIR
CON CUIDADO
EL DENSÍMETRO
EN EL LÍQUIDO
PROBLEMA.

AL SOLTARLO,
IMPRIMIRLE
UN MOVIMIENTO
DE ROTACIÓN.

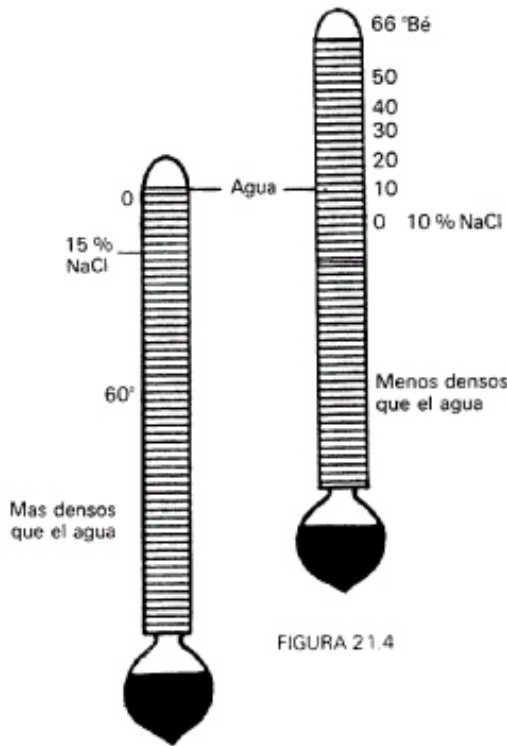
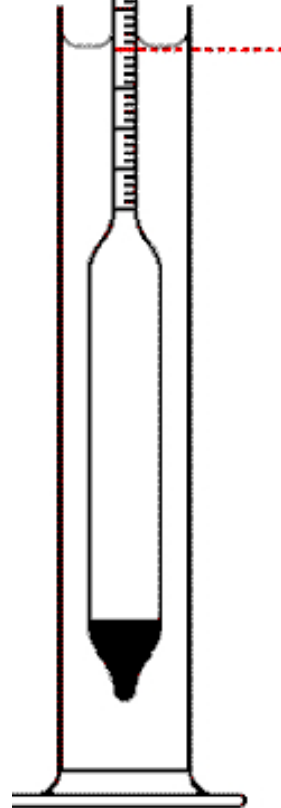


FIGURA 21.3



FIGURA 21.4



Más densos
que el agua

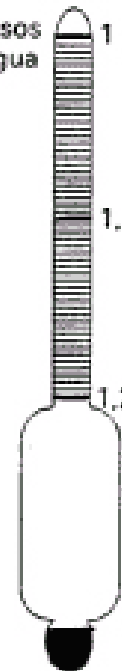


FIGURA 21.1

Menos densos
que el agua

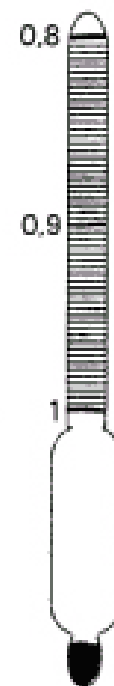


FIGURA 21.2

Los densímetros no son muy precisos.



Métodos Antiguos

Métodos Nuevos



Hidrómetro



Pictómetro



Medidor digital de Densidad

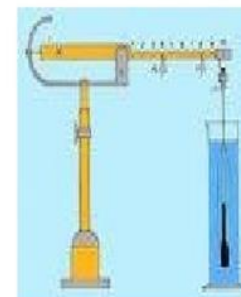
EQUIPOS PARA MEDIR LA DENSIDAD



Densímetros



Picnómetro



Balanza de Westfal

Autor: Ing. Ana Avilés

21



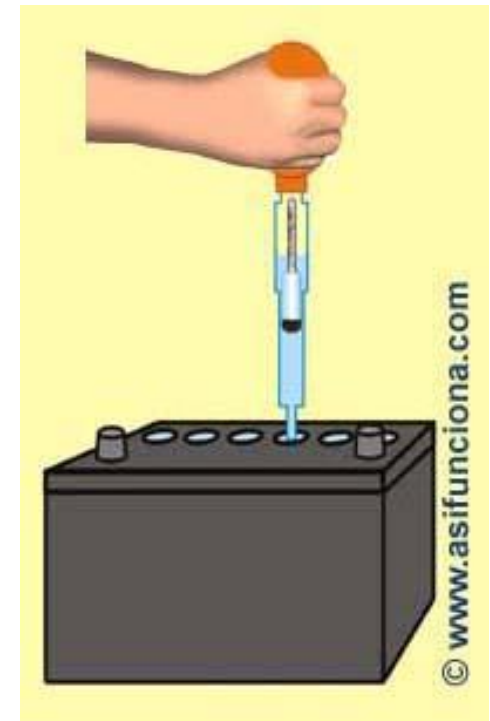
Wine & Beer Hydrometer
Triple Scale

$$^{\circ}\text{API} = (141.5/\delta_r) - 131.5$$

$$^{\circ}\text{Baumé} = (140/\delta_r) - 130$$

$$D_r = \frac{D.\text{liquido}}{D.\text{agua}} \Rightarrow D_r = \frac{0,78}{1} = 0.78$$

En su extremo inferior la pipeta posee un tubo más estrecho que el resto del cuerpo, para introducirlo dentro de cada uno de los vasos o celdas de la batería cuya carga pretendemos medir. Por la parte superior posee una pera de goma o de material sintético que permite aspirar el electrolito e introducir parte del mismo en su interior. Si introducimos el “densímetro de pipeta” por la abertura de uno de los vasos o celdas de la batería, la goma que posee en el extremo opuesto permite aspirar determinada cantidad de electrolito haciendo que el densímetro colocado en su interior flote. Si observamos en ese momento la escala graduada, el número que coincide con el nivel del líquido aspirado corresponderá a la densidad o peso específico que posee en ese momento el electrolito, lo que nos permite conocer el estado de la carga de la batería. En la actualidad podemos encontrar densímetros muy simplificados y baratos, fabricados completamente de plástico incluyendo el flotador graduado. La escala numérica del flotador de un densímetro para baterías muestra por una de sus caras la numeración correspondiente a la densidad del electrolito, mientras que por la otra el porcentaje de carga que tiene la batería en el momento de realizar la medición.



El agua del Mar muerto es sumamente salina, esto quiere decir que pesa más que el agua común y corriente que todos conocemos.

Si alguien se mete a nadar en sus aguas el empuje que recibe de ésta es suficiente como para mantener a flote a la persona. Me explico: El agua que desplaza la persona pesa más que el cuerpo de la misma persona, o sea que el agua supersalada es más densa.

Esto funciona según el principio de Arquímedes, que dice: Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje ascensional que es igual al peso del volumen del fluido desalojado.

Puedes hacer el siguiente experimento en tu casa.

Mete un huevo en un vaso con agua y verás que se hunde. Ahora sácalo y comienza a echarle sal al vaso hasta que ya no se diluya más ésta (punto de saturación). Vuelve a introducir el huevo y verás que ahora éste flota.

Razón : Volviste más pesada el agua al agregarle la sal y el volumen de agua que desplaza el huevo pesa más que el huevo mismo. La diferencia en peso determina el empuje que recibe el blanquillo para no hundirse.



PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS: VOLUMEN ESPECÍFICO, DENSIDAD RELATIVA

Otras propiedades características de los fluidos se muestran en la siguiente tabla:

	VOLUMEN**	DENSIDAD	PESO ESPECÍFICO
	$V = \frac{M}{\rho} \left[m^3 \right]$	$\rho = \frac{M}{V} \left[\frac{Kg}{m^3} \right]$	$\gamma = \frac{PESO}{V} = \frac{M \cdot g}{V} = \rho \cdot g \left[\frac{Kg}{s^2 \cdot m^2} \right]$
ESPECÍFICO	$v = \frac{V}{M} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{m^3}{Kg} \right]$		
RELATIVO*		$\frac{\rho}{\rho_0} [-]$	$\frac{\gamma}{\gamma_0} [-]$

* Es relativo a un patrón, en este caso el agua pura a 4°C y 1 atm ($\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$)

** Unidades de SI para volumen son [m³]: 1litro = 1dm³ = 0.001 m³

La forma matemática correcta de expresar $\rho = f(P, T)$ es la siguiente:

$$\delta\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_{T=cte} \cdot \delta P + \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P=cte} \cdot \delta T \quad \leftarrow \text{¿qué quiere decir la fórmula?}$$

Para poder comparar las variaciones de densidad de diferentes sustancias, se definen unos coeficientes.

COEFICIENTE: valor numérico que exprese variación relativa de la densidad con respecto a una variación de P ó T

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\Delta\rho}{\rho} \approx \frac{\partial\rho}{\rho} = \partial \ln \rho$$

$$\begin{aligned} P - P_0 &= \Delta P \approx \delta P \\ T - T_0 &= \Delta T \approx \delta T \end{aligned}$$

En general: Si $P=cte$, si $\uparrow T \Rightarrow \downarrow$ densidad
 Si $T=cte$, si $\uparrow P \Rightarrow \uparrow$ densidad

EJEMPLO DE AUMENTO DE RENDIMIENTO EN MOTORES:
 Uso de turbocompresores y intercoolers

Por convenio se han elegido:

COEFICIENTE DE COMPRESIBILIDAD $E = \frac{1}{\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial P}\right)_{T=cte}} \left[\frac{N}{m^2}\right]$

COEFICIENTE DE EXPANSIÓN TÉRMICO $\beta = -\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial T}\right)_{P=cte} [K^{-1}]$

Incorporando **E** y **β**, la fórmula anterior quedaría: $\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{E} \cdot \delta P - \beta \cdot \delta T$

En Gases

Depende de P y T

Ley de Boyle-Mariotte $P_1 * V_1 = P_2 * V_2$

Ley de Gay-Lussac $Pcte \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

Ley de Charles $Vcte \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

Ecuación de estado $P * V = nRT$

R cte gases perfectos

$R=8.3145 \text{ J}/(\text{mol } ^\circ\text{K}),$

$R=0,082(\text{lt.atm } /(\text{mol } ^\circ\text{K}))$

De otra manera

$$\rho = \frac{P}{R' * T}$$

$$\gamma = \frac{g * P}{R' * T}$$

Gas	Constante del gas en ingeniería R' ($\text{J}/\text{kg} * ^\circ\text{K}$)
Dióxido de Carbono	187.8
Oxígeno	259.9
Aire	286.8
Nitrógeno	296.5
Metano	518.1
Helio	2076.8
Hidrógeno	4126.6

Módulo elasticidad volumétrica

El fluido no presenta resistencia a deformación tangencial pero sí a compresión

$$E = \rho \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T$$

$$[E] = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$$

$$E_v = - dP / (dV/V)$$

Aire ($p = 1 \text{ bar}$).

$$E = 10^{-4} \text{ GPa}$$

Agua:

$$E = 2 \text{ GPa}$$

Madera:

$$E = 10 \text{ GPa}$$

Acero:

$$E = 200 \text{ GPa}$$

Los líquidos que tratamos como incompresibles en MF son más compresibles que los sólidos que consideramos compresibles en la RM

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T = \frac{\rho}{E}$$



- *Los Δp habituales pueden ocasionar compresibilidad del gas*
- *Grandes Δp pueden ocasionar compresibilidad del líquido (transitorios)*

COEFICIENTE / MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD: E

$$E = \frac{1}{\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial P}\right)_{T-cte}} = \frac{1}{\left(\frac{\partial \rho / \rho}{\partial P}\right)_{T-cte}} \approx \frac{1}{\left(\frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta P}\right)_{T-cte}} = \left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho / \rho}\right)_{T-cte}$$

$$E v = - dP / (dV/V)$$

MÓDULO DE ELASTICIDAD: K

$$E = \left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho / \rho_0}\right)_{T-cte} = - \left(\frac{\Delta P}{\Delta V / V_0}\right)_{T-cte} = K$$

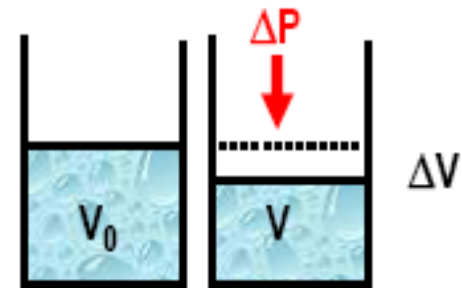
Si masa cte,
como $\rho = M/V$

Si masa cte,
de $\rho \Rightarrow \downarrow$ de V

Los líquidos son prácticamente incompresibles:
necesitarían grandes cambios de P para reducir su V

$$K_{\text{líquido}} \gg \gg K_{\text{gas}}$$

Los gases son fácilmente compresibles.

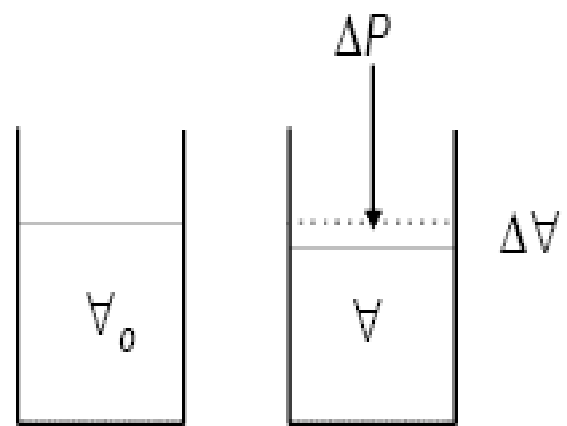


EJEMPLO: si se quiere disminuir el volumen de un fluido un 1%
($-\Delta V/V_0=1$) el incremento de presión necesario es $\Delta P=K$

$$K = - \left(\frac{\Delta P}{\Delta V / V_0}\right)_{T-cte}$$

El **MÓDULO DE ELASTICIDAD (K)** de un fluido es una medida de cuán difícil es comprimirlo.

El módulo de elasticidad sirve para medir la compresibilidad de los fluidos, es decir, que sensible es el fluido a los cambios de presión, lo que se refleja en cambios en el volumen.



$$\Delta P = -K \frac{\Delta V}{V_0} \rightarrow K = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_0}} = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta \rho}{\rho_0}} \left. \vphantom{\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_0}}} \right\} K = E = [Pa]$$

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \cdot \frac{1}{E} \cdot (P - P_0)$$

Liquid	$K \times 10^4, (\text{bar})^{-1}$	
	1 atm	1000 atm
Acetone	125	55
Aniline	45	30
Benzene	95	50
Carbon disulfide	95	50
Carbon tetrachloride	106	52
Chloroform	100	52
Ethanol	114	50
Glycerol	25	20
Mercury	4	4
Methanol	120	50
n-Octane	120	56
Petroleum oils	70	?
Vegetable oils	50	?
Water	46	35

*Compiled from several sources.

Table 2.6b Bulk Modulus of Elasticity of Water, K (bar)^a

Pressure (bar)	Temperature, °C				
	0	20	48.9	93.33	148.9
1.034	20,127.7	22,057.7	22,884.9	21,230.5	
103.40	20,679.1	22,747.0	23,574.2	21,988.8	17,094.7
310.19	21,850.9	23,987.8	24,952.8	23,298.4	18,680.1
1033.95	26,193.5	28,261.4	29,364.3	27,916.8	24,125.6

¿ Si queremos comprimir 1 litro de agua a 20 °C un 1% , que presión deberemos ejercer ?

$$V_o = 10^{-3} m^3 \rightarrow \Delta V = -0.01 \cdot 10^{-3} = -10^{-5} m^3$$

$$\left. \begin{array}{l} T = 20^\circ C \\ P_o = 1.0133 bar \end{array} \right\} \rightarrow K = 22057.7 \text{ bar}$$

$$\Delta P = -K \frac{\Delta V}{V_o} \rightarrow \Delta P = -22057.7 \cdot \frac{(-10^{-5})}{10^{-3}} = 220.577 \text{ bar}$$

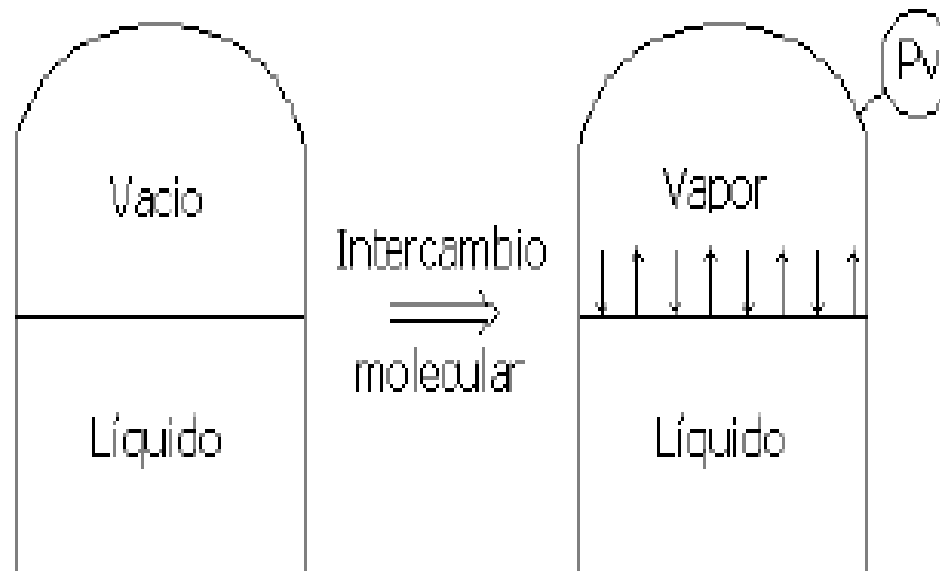
Debido a su alto módulo de elasticidad el agua es tratada como incompresible, aunque como se puede apreciar si podríamos comprimir, pero utilizando una presión enorme. Así, a presiones moderadas, podemos considerarla, sin cometer errores apreciables, como incompresible.

Líquido	Densidad relativa	t °C
Agua dulce.....	1,00	4
Agua de mar.....	1,02-1,03	4
Petróleo bruto ligero.....	0,86-0,88	15
Petróleo bruto medio.....	0,88-0,90	15
Petróleo bruto pesado.....	0,92-0,93	15
Keroseno.....	0,79-0,82	15
Gasolina ordinaria.....	0,70-0,75	15
Aceite lubricante.....	0,89-0,92	15
Fuel-oil.....	0,89-0,94	15
Alcohol sin agua.....	0,79-0,80	15
Glicerina.....	1,26	0
Mercurio.....	13,6	0

30	995,7	79,7	0,801
32	994,9	76,4	0,768
34	994,2	74,1	0,745
36	993,4	70	0,705
38	992,8	68	0,685
40	992,2	65,3	0,658
45	990,2	59,8	0,604
50	988	54,8	0,554
55	985,7	50,5	0,512
60	983,2	46,7	0,475
65	980,6	43,4	0,443
70	977,8	40,4	0,413
75	974,8	37,8	0,388
80	971,8	35,5	0,365
85	968,6	33,4	0,345
90	965,3	31,5	0,326
95	961,8	29,8	0,310
100	958,4	28,2	0,295
150	916,9	18,6	0,205
200	864,6	13,6	0,161
250	799,2	10,9	0,14
300	712,4	8,91	0,132

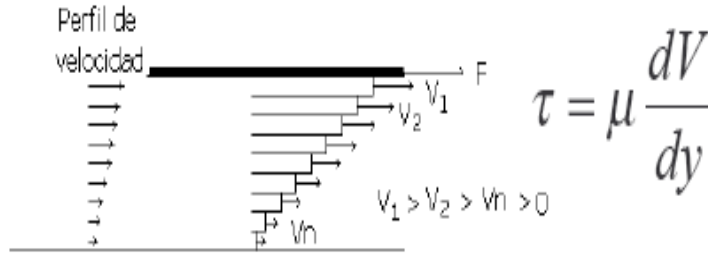
Temperatura (°C)	Densidad (kg/m ³)	Viscosidad dinámica η (10 ³ kg/m · s)	Viscosidad cinemática ν 10 ⁶ $\frac{m^2}{s} = cSt$
0	999,8	178,7	1,787
2	999,9	167,1	1,671
4	1,000	156,2	1,562
6	999,9	146,4	1,464
8	999,8	137,6	1,375
10	999,7	130,5	1,307
12	999,4	122,6	1,227
14	999,2	116,1	1,163
16	998,9	110,4	1,106
18	998,5	105,2	1,053
20	998,2	100,2	1,0038
22	997,7	95,5	0,957
24	997,2	91,1	0,914
26	996,6	87,2	0,875
28	996,1	83,4	0,837
30	995,7	79,7	0,801

Presión de Vapor P_v

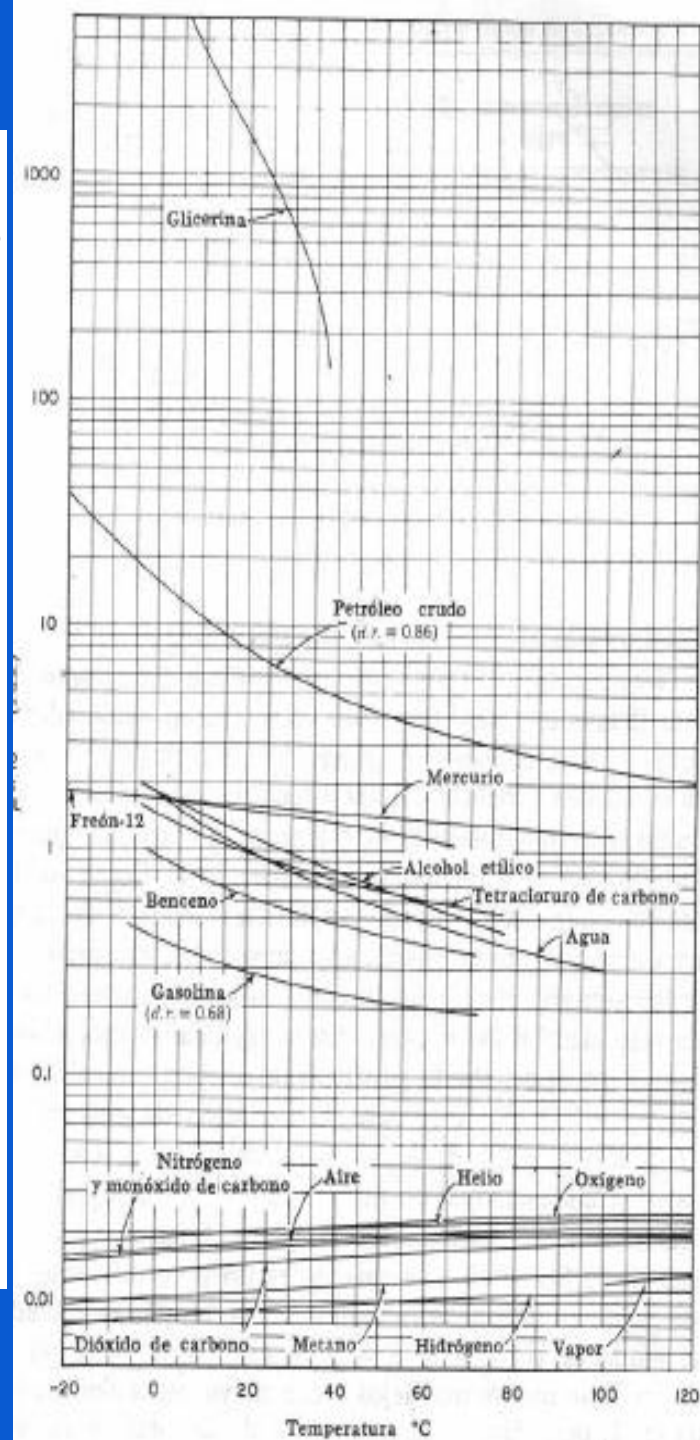


- Para una temperatura dada, si $P_{ext} = P_v \rightarrow$ Ebullición
- \uparrow en $T \rightarrow$ mayor actividad molecular $\rightarrow \uparrow$ en P_v
- Ebullición puede ser por dos vías **Aumentar T o disminuir P_{ext}**
 - \uparrow en $T \rightarrow \uparrow$ en P_v hasta que iguale la P_{ext}
 - A T cte, \downarrow en P_{ext} hasta que iguale P_v

VISCOSIDAD



- μ viscosidad absoluta o dinámica, τ esfuerzo cortante
- En reposo $dV/dy=0 \rightarrow$ no hay fricción
- No depende de la presión, en sólidos sí
- μ depende de fuerzas de cohesión e intercambio de momentum molecular
 - En líquidos si \uparrow en T \downarrow cohesión $\rightarrow \downarrow \mu$
 - En gases si \uparrow en T \uparrow momentum $\rightarrow \uparrow \mu$



PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS: VISCOSIDAD

Para que exista movimiento de un cuerpo a través de un fluido o para mover un fluido dentro de un conducto, se debe ejercer una fuerza que sobrepase la resistencia ofrecida por el propio fluido.

VISCOSIDAD (μ): propiedad que expresa la resistencia ofrecida por un fluido al movimiento (a la deformación)

En términos microscópicos se relaciona con las fuerzas intermoleculares, y con el tamaño y forma de las moléculas del fluido.

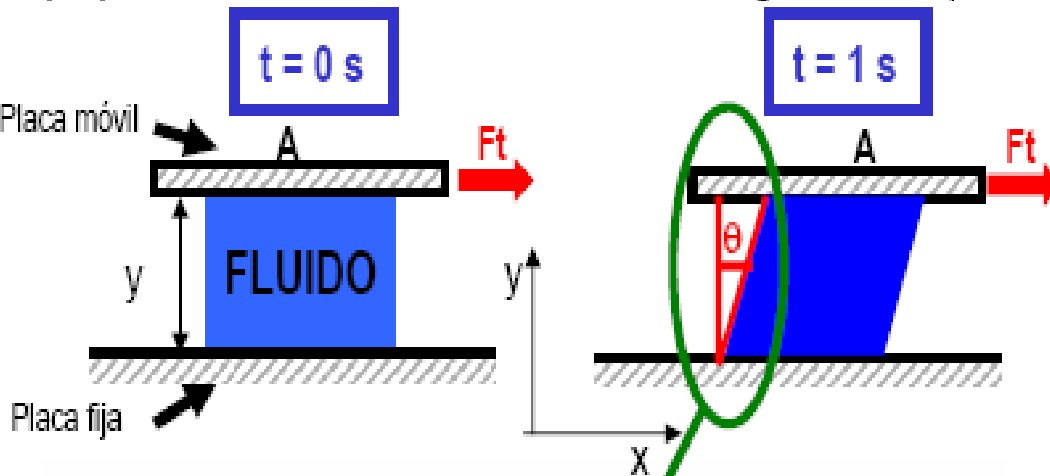
- Dos botellas llenas una de agua y otra de aceite se vacían de forma similar ¿cuál se vaciará primero?
- La viscosidad de la mayoría de los líquidos disminuye al aumentar la temperatura ¿por qué?
- ¿Qué harías para rellenar más rápido los recipientes en una fábrica de miel?

En la práctica se utilizan dos tipos de viscosidad:

- Viscosidad dinámica o absoluta, μ
- Viscosidad cinemática, ν

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS: VISCOSIDAD DINÁMICA

- **Fluidos:** Bajo la acción de un esfuerzo tangencial finito, el líquido sufre una deformación angular continua proporcional a éste mientras el esfuerzo tangencial es aplicado.



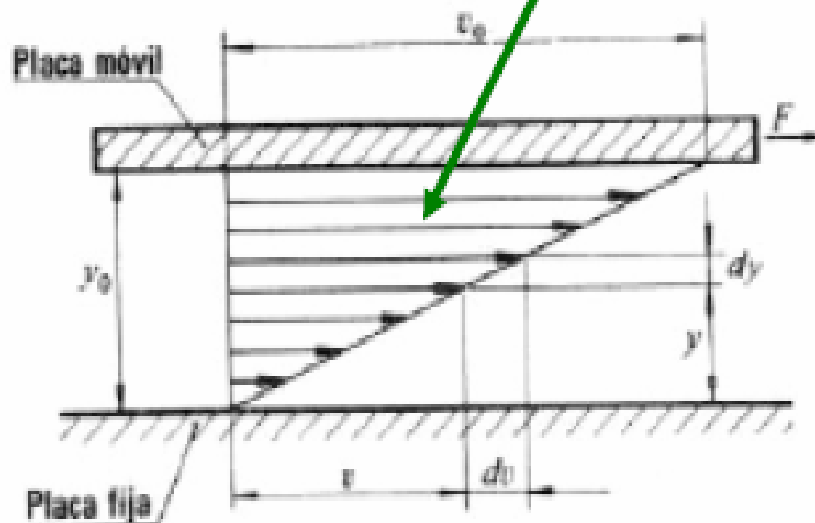
$$\tau_t = \frac{dF_t}{dA} = \text{CTE} \cdot \frac{\theta}{t} = \mu \cdot \frac{\theta}{t}$$

Según la ecuación de Newton, esta constante es la **VISCOSIDAD DINÁMICA**

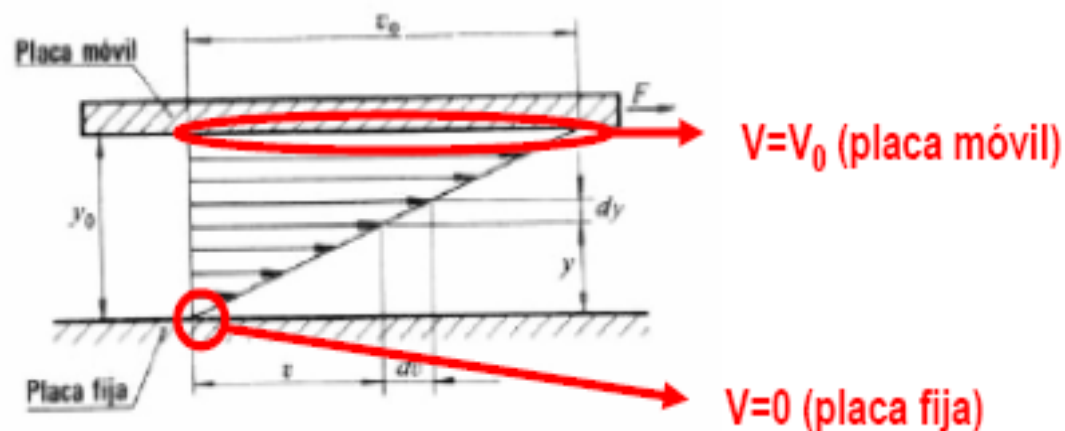
Si las deformaciones son lo suficientemente pequeñas, se puede hacer la aproximación:

$$\theta \ll 1 \Rightarrow \theta \approx \text{tg } \theta = \frac{dx}{dy}$$

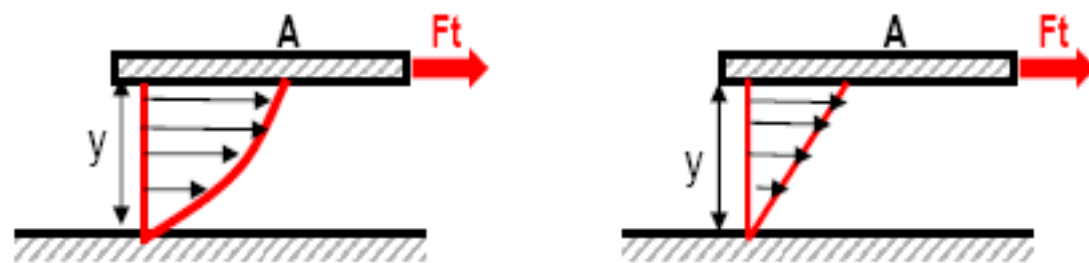
$$\tau_t = \mu \cdot \frac{\theta}{t} = \mu \cdot \frac{dx}{t \cdot dy} = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$$



CONDICIÓN DE NO DESLIZAMIENTO: En los fluidos se cumple que las capas de fluido en contacto con las superficies tienen la misma velocidad que éstas.



PERFIL DE VELOCIDADES: El perfil de velocidades que se crea al deformarse (moverse) un fluido puede ser parabólico, lineal, etc.



Si las placas están lo suficientemente cerca ($y \ll \lambda$), podemos hacer la **APROXIMACIÓN** de que en las diferentes capas de fluido se establece un **perfil de velocidades lineal**.

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS: VISCOSIDAD DINÁMICA

DEPENDENCIA DE μ CON P y T: El comportamiento de la viscosidad dinámica es diferente en gases y líquidos y depende básicamente de P y de T:

$$\mu = f(P, T)$$

La **P** tiene poca influencia en la viscosidad dinámica de los fluidos

La **T** tiene mucha influencia en μ , y de forma diferentes para líquidos y gases

UNIDADES DE μ :

$$\mu = \frac{\tau_t}{\left(\frac{dv}{dy}\right)} = \frac{N/m^2}{\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{m}} = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s = \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot s = \frac{kg}{m \cdot s} = POISEUILLE [P]$$

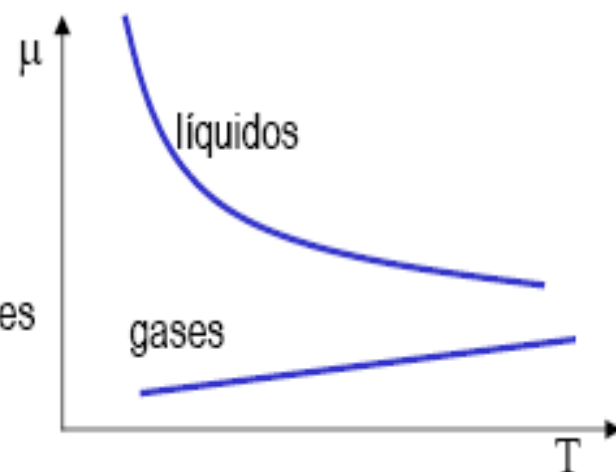
$$1 \text{ Poiseuille} = 10 \text{ poise} = 100 \text{ centipoise (Cp)}$$

VISCOSIDAD CINEMÁTICA (ν):

En mecánica de fluidos se repite con frecuencia el cociente entre μ y ρ .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\frac{kg}{m \cdot s}}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{m^2}{s}$$

$$1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ stoke (st)} = 10^6 \text{ centistoke (Cst)}$$



CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS SEGÚN SU VISCOSIDAD

Los fluidos se clasifican según la relación que hay entre el esfuerzo tangente que se les aplica y su velocidad de deformación

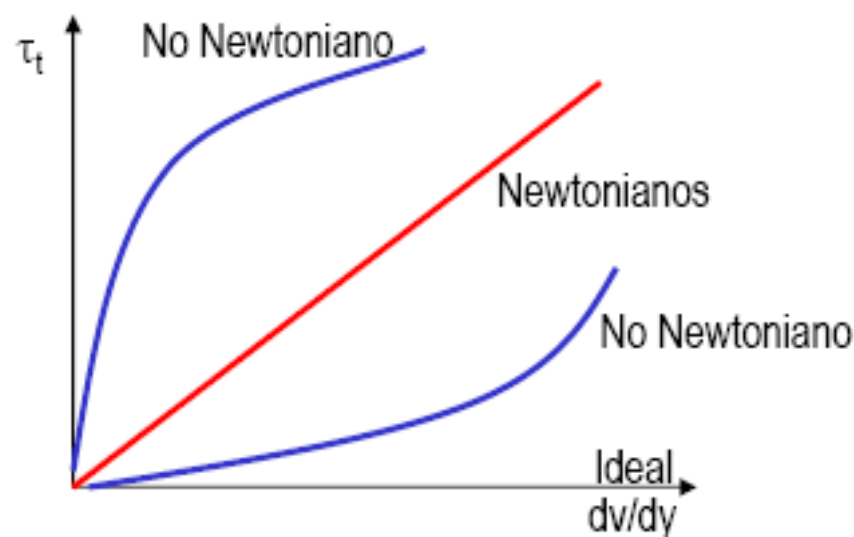
FLUIDOS IDEALES ($\mu = 0$): Suposición válida para gases a alta velocidad, en zonas alejadas de condiciones de contorno (ej: paredes, objetos dentro del flujo), con gradientes de velocidad débiles. Especialmente útil en aeronáutica.

FLUIDOS NEWTONIANOS: Se comportan según la ley de Newton de la viscosidad: la relación entre esfuerzo tangente aplicado y la velocidad de deformación del fluido depende solo de P y T .

EJEMPLOS: agua, aceite, gasolina, alcohol, glicerina, etc

FLUIDOS NO NEWTONIANOS: No cumplen la ley de Newton de la viscosidad

EJEMPLOS: plasma sanguíneo, ketchup, mayonesa, chocolate, pintura, etc



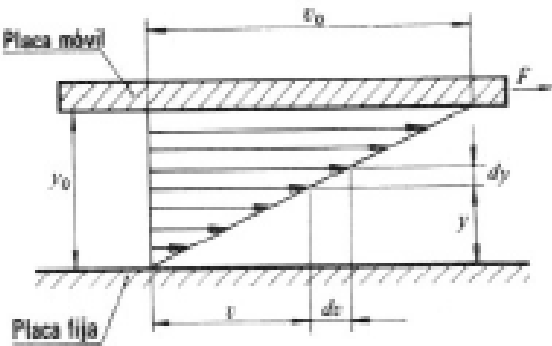
La viscosidad será el parámetro que nos permitirá medir la resistencia que ofrece un

fluido al movimiento. Tal y como se comentó será la constante de proporcionalidad entre la tensión tangencial aplicada y el gradiente de velocidades del fluido que aparece a consecuencia de la aplicación de dicho esfuerzo.

$$\tau_{xy} = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad (\text{Ecuación de Newton})$$

$$\left[\tau \equiv \frac{F}{A} \left(\frac{N}{m^2} \right) \right]$$

A el coeficiente μ se le conoce como viscosidad dinámica del fluido, y lo podemos derivar de la siguiente relación:



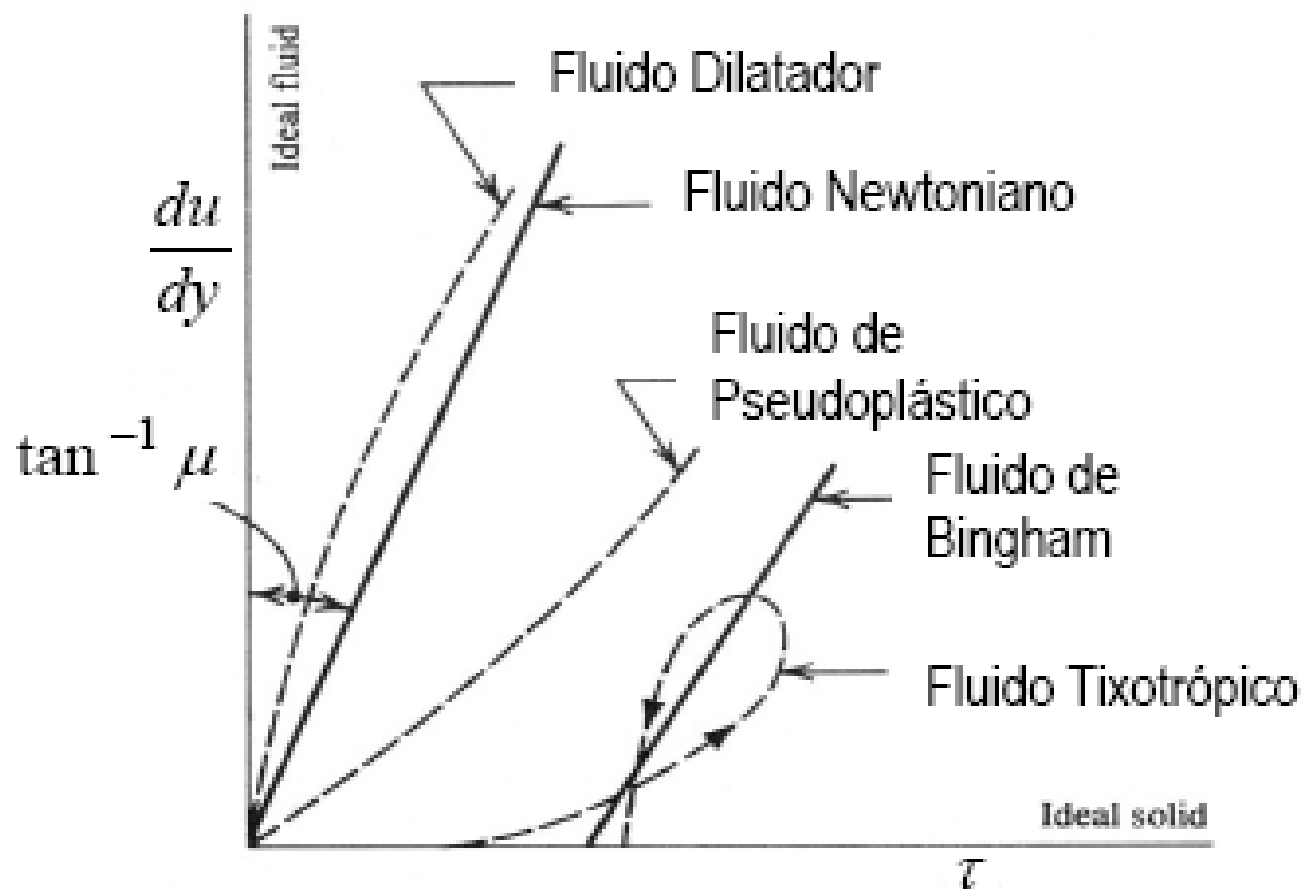
Supongamos una placa móvil, de área A, que se desplaza sobre una película de fluido, arrastrada por una fuerza F. Si la placa está lo suficientemente cerca del suelo, placa fija, podemos considerar que el perfil de velocidades que se establecerá será lineal (es decir, sigue una distribución en línea recta) , y por tanto:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{v_0}{y_0} \rightarrow \mu = \frac{\tau}{\left(\frac{dv}{dy} \right)}$$

(Ecuación de Newton) $\frac{dv}{dy} \approx \frac{v_0}{y_0}$

Ley de Newton

$$\tau_{xy} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$



Grafica que relaciona el gradiente de velocidades que se establece en un fluido con la tensión superficial que es necesario ejercer para provocarlo.

Clasificación de los fluidos según su viscosidad:

Newtonianos

$$\tau_{xy} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

No Dependientes
del tiempo

- Pseudoplásticos
- Fluidos Dilatadores
- Fluidos de Bingham

Plasma sanguíneo, Suspensiones acuosas de arcilla, polietileno fundido

Almidón en agua, Dióxido de titánio

Chocolate, Ketchup, Mostaza, mahonesa, pintura, pasta de dientes, sedimentos de aguas residuales, asfalto, grasas

Dependientes
del tiempo

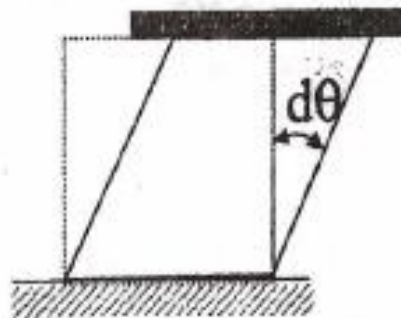
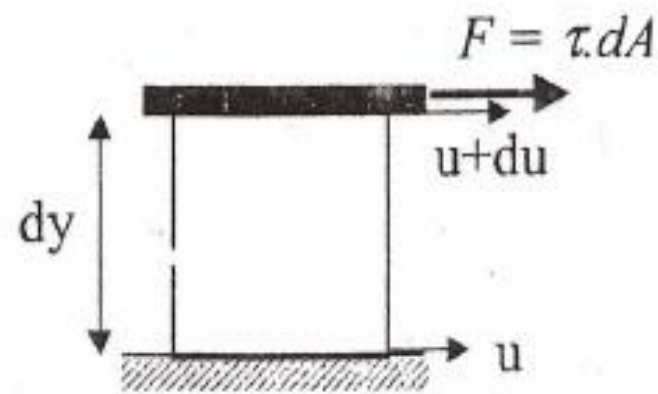
- Tixotrópicos

Aceites de petróleo crudo a bajas temperaturas, soluciones polímeras, tintas de impresión

No Newtonianos

$$\tau_{xy} \neq \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Viscosidad Dinámica



*Resistencia a
velocidad deformación*

Ley Newton: $\tau_v = \mu \frac{d\theta}{dt} = \mu \frac{\frac{du}{dy} \cdot dt}{dt} = \mu \frac{du}{dy}$



$$\tau_v = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

*Ley unidireccional que
posteriormente generalizaremos*

$[\mu] = \text{Pa}\cdot\text{s} = \text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$; Poise: $1000 \text{ cP} = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Glicerina:	$\mu = 1,5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Aceite SAE 30:	$\mu = 0,26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Agua:	$\mu = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Aire:	$\mu = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

$$\mu = \frac{\tau}{\left(\frac{du}{dy}\right)} = [M L^{-1} T^{-1}] = \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{m}{s}} = \frac{N \cdot s}{m^2} = \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s} = \text{POISEUILLE [P]}$$

1 poiseuille=10 poise=100 centipoise(Cp)

En la práctica existe un conjunto de propiedades que se repite con frecuencia, la viscosidad dinámica o absoluta partida por la densidad. A este conjunto se le suele llamar **viscosidad cinemática**. El apellido *cinemática* no ha de inducir a error, ya que no tiene ningún sentido físico, sólo viene impuesto por la similitud en la unidades con la velocidad.

Viscosidad cinemática:

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

Unidades

$$v = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\frac{kg}{m \cdot s}}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{m^2}{s}$$

$$1 \frac{m^2}{s} = 10^4 \text{ stoke(st)} = 10^6 \text{ centistokes(Cst)}$$

$$1 \frac{m^2}{s} = 929 \frac{pulg^2}{seg}$$

Unidades de la viscosidad absoluta o dinámica

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dV}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{F/A}{dV/dy} \Rightarrow \left[\frac{F/L^2}{L/t/L} \right] \Rightarrow \left[\frac{F}{L^2} \cdot t \right]$$

$$\mu = [Pa \cdot s] \Rightarrow Poise = 10^{-1} Pa \cdot s$$

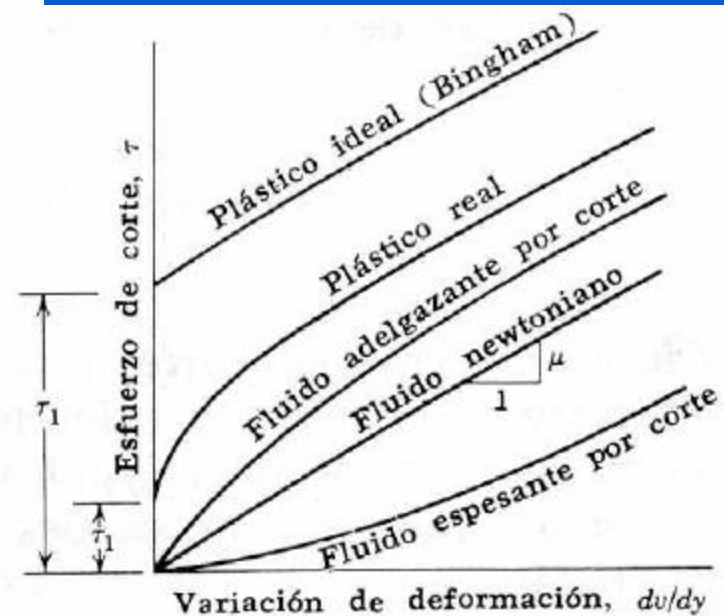
Viscosidad cinemática ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow \left[\frac{Pa \cdot s}{\frac{kg}{m^3}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\frac{N}{m^2} \cdot s}{\frac{kg}{m^3}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot s}{\frac{kg}{m^3}} \right] \Rightarrow \nu = \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

$$stokes = 10^{-4} m^2/s \Rightarrow centistokes = 10^{-6} m^2/s = 1 mm^2/s$$

Newtonianos

No Newtonianos



Viscosidad Cinemática

Viscosidad cinemática:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$[\nu] = \text{m}^2/\text{s}$; Stokes: $1 \text{ m}^2/\text{s} = 10000 \text{ St}$

Unidades empíricas viscosidad:

Grados Engler, Segundos Redwood, Segundos Saybolt, SAE,

Importancia relativa a termino inercial en ecuación cantidad movimiento

Número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot V_c \cdot L_c}{\mu} = \frac{V_c \cdot L_c}{\nu}$$

Tipos de reómetros

Ecuación de Hagen-Poiseuille

$$Q = V/t = \Delta P \frac{\pi r^4}{8\mu l}$$

$$\mu = \frac{\pi r^4 \rho g h}{8V}$$

Viscosímetro
capilar
(Ostwald)

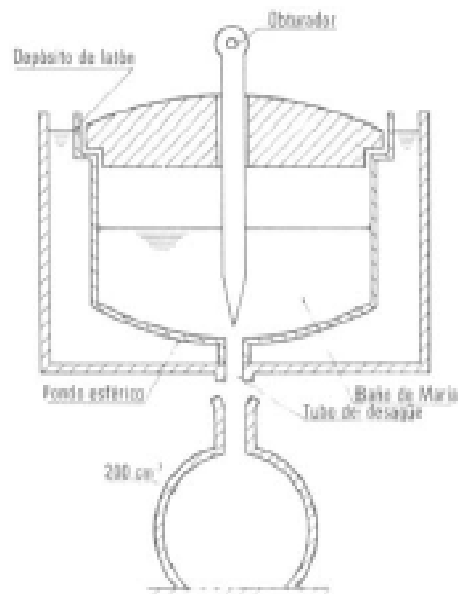


Viscosímetro de orificio (Engler)

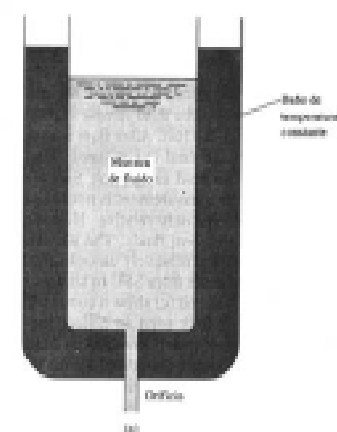


1.3.2.3.- Otras Unidades de la Viscosidad:

Una forma práctica y rápida de medir la viscosidad es comparándola con otro fluido de referencia. Es decir, buscar más que una medida directa, que sería más complicado, una medida indirecta, que mida la relación con un patrón, normalmente agua. Todos miden **VISCOSIDAD CINEMÁTICA**.



Viscosímetro Engler

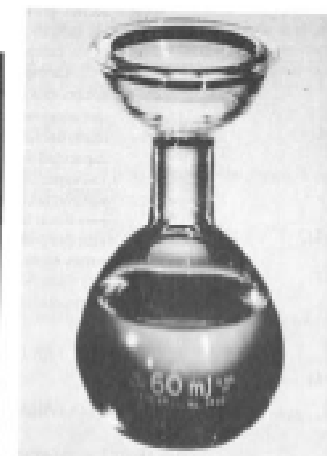


Viscosímetro Saybolt

• **Grados Engler (°E) :**

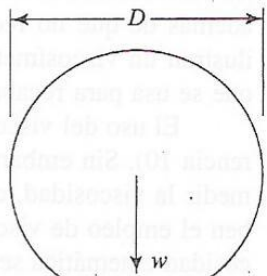
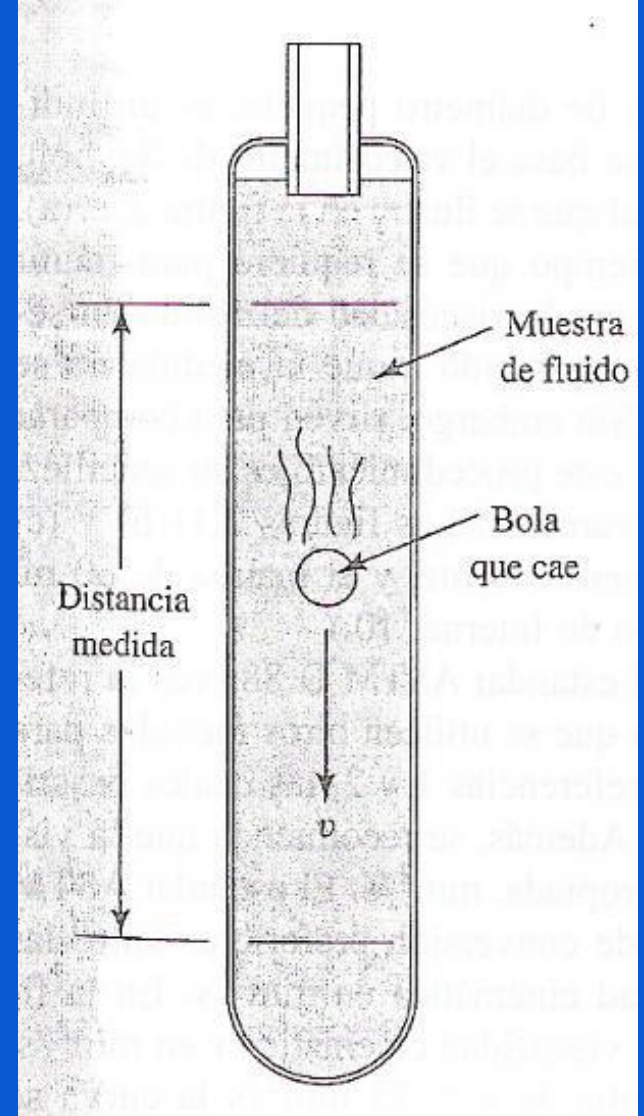
$$^{\circ}E = \frac{\text{Tiempo de vaciado de } 200 \text{ cm}^3 \text{ del fluido}}{\text{Tiempo de vaciado de } 200 \text{ cm}^3 \text{ del fluido}}$$

• **Segundos Saybolt (SSU) :** Tiempo en segundos que tarda en llenarse un recipiente normalizado de 60 ml. Tanto el depósito desde donde fluye el fluido como el diámetro y geometría del mismo están normalizados



• **Segundos Redwood:** Tiene un significado análogo al anterior.

Caída de bola (Ley de Stokes)



$$\mu = t(p_b - p_l) K (cp)$$

Fuerza de flotación = F_b | F_d = Fuerza de arrastre

Viscosímetro de esfera descendente. Este instrumento se basa en la ley de Stokes para una esfera que cae en un líquido en régimen laminar por efecto de la gravedad.

t es el tiempo de caída, (s)
 p_b densidad del material de la esfera (g/cm³)
 p_l densidad del líquido (g/cm³)
 K constante de la esfera

Relaciones entre las distintas unidades de la viscosidad.

TABLAS DE CONVERSION DE UNIDADES °E Y SEGUNDOS REDWOOD Y SAYBOLD AL SI

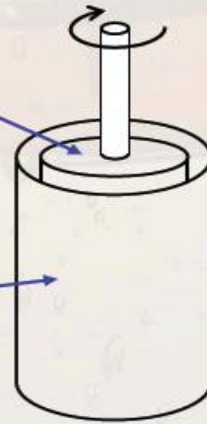
$10^6 \frac{m^2}{s} = cSt$	E	Redwood	Saybold	$10^6 \frac{m^2}{s} = cSt$	E	Redwood	Saybold	$10^6 \frac{m^2}{s} = cSt$	E	Redwood	Saybold
1.0	1.0	28,5	—	13.0	2.12	61	69.6	30	4.1	125	140.9
1.5	1.06	30	—	13.5	2.17	63	71.5	31	4.2	129	145.3
2.0	1.12	31	—	14.0	2.22	64.5	73.4	32	4.35	133	149.7
2.5	1.17	32	34.4	14.5	2.27	66	75.3	33	4.45	136	154.2
3.0	1.22	33	36	15.0	2.32	68	77.2	34	4.6	140	158.7
3.5	1.26	34.5	37.6	15.5	2.38	70	79.2	35	4.7	144	163.2
4.0	1.30	35.5	39.1	16.0	24.3	71.5	81.1	36	4.85	148	167.7
4.5	1.35	37	40.7	16.5	2.5	73	83.1	37	4.95	152	172.2
5.0	1.40	38	42.3	17.0	2.55	75	85.1	38	5.1	156	176.7
5.5	1.44	39.5	43.9	17.5	2.6	77	87.1	39	5.2	160	181.2
6.0	1.48	41	45.5	18.0	2.65	78.5	89.2	40	5.35	164	185.7
6.5	1.52	42	47.1	18.5	2.7	80	91.2	42	5.6	172	194.7
7.0	1.56	43.5	48.7	19.0	2.75	82	93.3	44	5.85	181	203.8
7.5	1.60	45	50.3	19.5	2.8	84	95.4	46	6.1	189	213.0
8.0	1.65	46	52.0	20	2.9	86	97.5	48	6.45	197	222.2
8.5	1.70	47.5	53.7	21	3.0	90	101.7	50	6.65	205	231.4
9.0	1.75	49	55.4	22	3.1	93	106	52	6.9	213	240.6
9.5	1.79	50.5	57.1	23	3.2	97	110.3	54	7.1	221	249.9
10.0	1.83	52	58.8	24	3.35	101	114.6	56	7.4	229	259.0
10.5	1.88	53.3	60.6	25	3.45	105	118.5	58	7.65	237	268.2
11.0	1.93	54.9	62.3	26	3.6	109	123.3	60	7.9	245	277.4
11.5	1.98	56.4	64	27	3.7	113	127.7	70	9.24	283.5	323.4
12.0	2.02	58	65.9	28	3.85	117	132.1	80	10.56	324	369.6
12.5	2.07	59.7	67.7	29	3.95	121	136.5	90	11.88	364.5	415.8
								100	13.2	405	462

Rotor

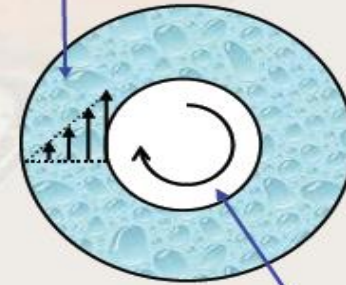
Cilindro
disco

Vaso

Contiene el fluido

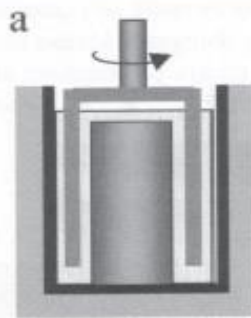


Gradiente de
velocidad
controlado

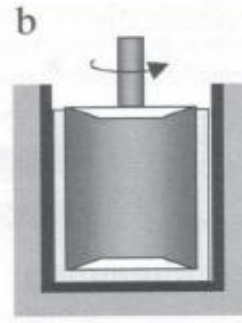


Medida
del par

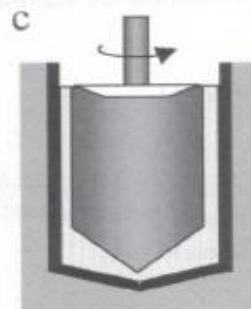
Cilindros



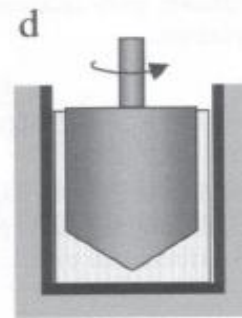
Doble ranura



Estándar



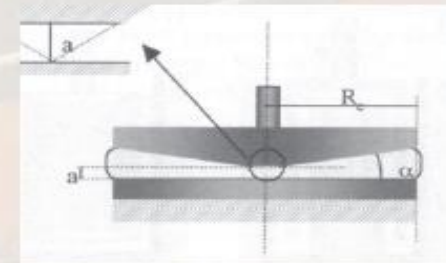
Mooney-Ewart



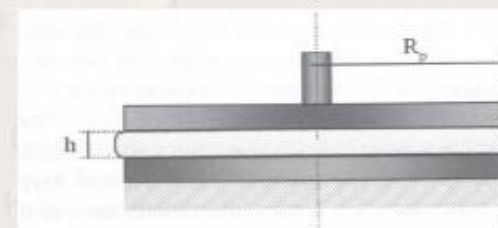
DIN (53019)

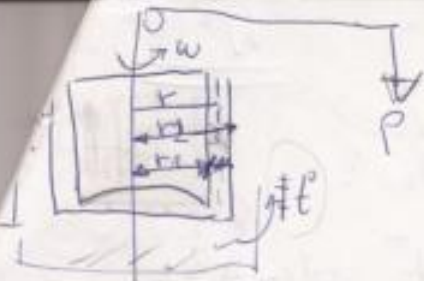
Prof. R. Moreno 2005

Cono-placa

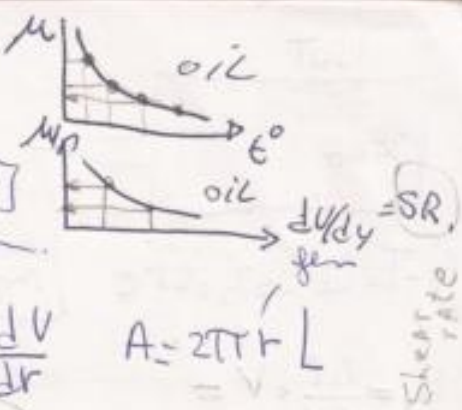


Placa-placa





$r_1 =$
 $r_2 =$
 $L =$
 $T = [kg \cdot cm]$
 $n = 600 \text{ rpm}$

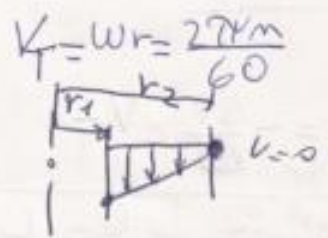


$T_{oil} = T_{rust}$, $\tau = -\mu \frac{dV}{dr}$ $A = 2\pi r L$
 $T = \tau \cdot A \cdot r \Rightarrow T = -\mu \frac{dV}{dr} \cdot \frac{2\pi r \cdot L \cdot r}{A}$

regrun

$T = -2\pi L \mu \frac{r^2}{dr} \cdot dV$

$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\frac{2\pi L \mu}{T} \int_V^0 dV$

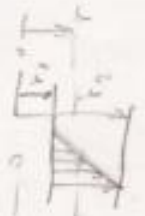


$\left| -\frac{1}{r} \right|_{r_1}^{r_2} = \left(-\frac{2\pi L \mu}{T} \right) \left| V \right|_V^0$

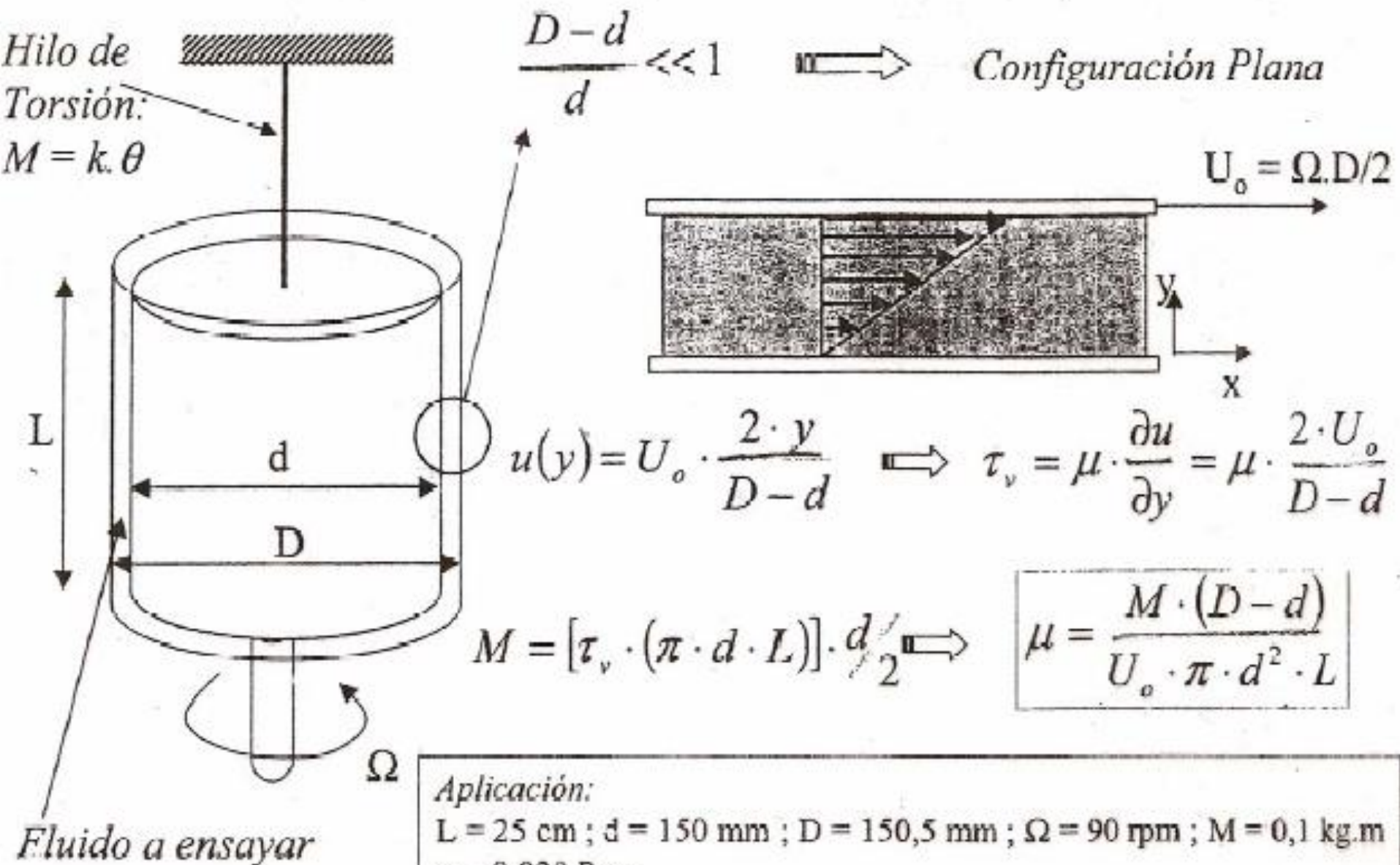
$\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{2\pi L \mu}{T} * V = \frac{2\pi L \mu}{T} * \frac{2\pi r m}{60} * r_1$

$\mu = \frac{T}{\frac{4\pi r m}{60} \cdot r_1} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ $\mu = f(T)$
 $n = \text{cte}$

$\mu = f(T)$
 $T = f(P)$
 $T = k P$
 $\mu = f(P)$



Ejemplo: Viscosímetro de Torsión



Aplicación:

$L = 25 \text{ cm}$; $d = 150 \text{ mm}$; $D = 150,5 \text{ mm}$; $\Omega = 90 \text{ rpm}$; $M = 0,1 \text{ kg.m}$

$\mu = 0,039 \text{ Pa.s}$

Viscosidad

Gran abanico valores numéricos de viscosidad y distinto valor relativo respecto a efectos inerciales

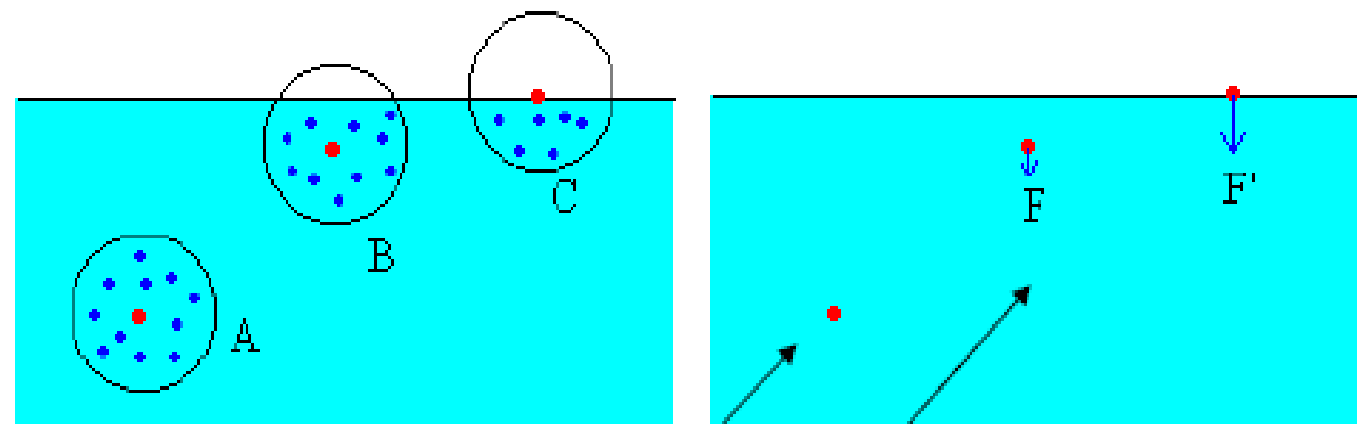
Fluido	μ (Pa.s)	μ / μ_{H_2}
Hidrógeno	$8,9 \cdot 10^{-6}$	1
Aire	$1,8 \cdot 10^{-5}$	2
Gasolina	$2,9 \cdot 10^{-4}$	33
Agua	$1,0 \cdot 10^{-3}$	112
Alcohol etílico	$1,2 \cdot 10^{-3}$	135
Mercurio	$1,5 \cdot 10^{-3}$	169
Aceite SAE 30	0,26	29214
Glicerina	1,5	168539

Fluido	ν (m ² /s)	ν / ν_{Hg}
Mercurio	$1,16 \cdot 10^{-7}$	1
Gasolina	$4,27 \cdot 10^{-7}$	4
Agua	$1,01 \cdot 10^{-6}$	9
Alcohol etílico	$1,51 \cdot 10^{-6}$	13
Aire	$1,51 \cdot 10^{-5}$	130
Hidrógeno	$1,06 \cdot 10^{-4}$	914
Aceite SAE 30	$2,79 \cdot 10^{-4}$	2405
Glicerina	$1,19 \cdot 10^{-3}$	10259

1.3.5.- Tensión Superficial: Capilaridad

COHESIÓN: Término que describe las fuerzas atractivas existentes entre moléculas del mismo tipo

ADHESIÓN: Término que describe las fuerzas atractivas entre moléculas de tipo diferente



La fuerzas de cohesión hacen que la fuerza resultante sobre las moléculas interiores sea nula

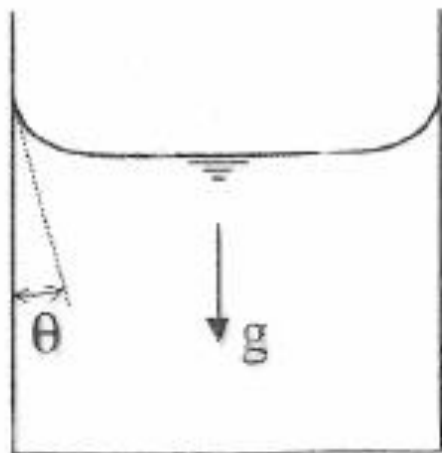
En la superficie aparecerá una fuerza resultante hacia el interior del fluido debido a la descompensación de las fuerzas de cohesión

La acción de las moléculas del líquido sobre las que ocupan la superficie crean un efecto parecido al de una fina membrana en tensión sobre la superficie libre de líquido. A este fenómeno se le conoce como **TENSIÓN SUPERFICIAL**

Tensión Superficial

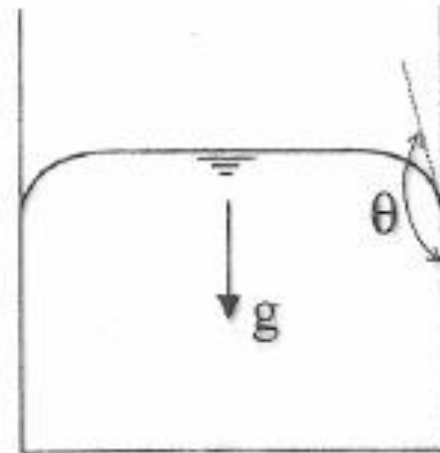
Ángulo de contacto:

Efecto macroscópico de la diferencia de fuerzas de cohesión molecular entre las partículas de distintos fluidos y sólidos



Cohesión < Adhesión
Fluido 'moja' a sólido

Agua + Vidrio + Aire
 $\theta = 0^\circ$



Cohesión > Adhesión
Fluido 'no moja' a sólido

Mercurio + Vidrio + Aire
 $\theta = 130^\circ$

En la interfase entre un líquido y un gas, o dos líquidos no miscibles, parece formarse una fina membrana.

EJEMPLO: aguja sujeta sobre agua en reposo en un vaso

Esta membrana/superficie se forma por el efecto de las fuerzas intermoleculares, que tiran de las moléculas hacia el interior de la superficie de un líquido, manteniéndolas unidas.

La **tensión superficial** mide las fuerzas internas que hay que vencer para poder expandir el área superficial de un líquido. La **tensión superficial** es la energía necesaria para crear una nueva área superficial, trasladando las moléculas de la masa líquida a la superficie de las misma.

A mayor tensión superficial, mayor es la energía necesaria para transformar las moléculas interiores del líquido a moléculas superficiales. El agua tiene una alta tensión superficial por los puentes de hidrógeno.

Se define **COEFICIENTE DE TENSIÓN SUPERFICIAL** (σ) al cociente entre la energía necesaria para modificar la superficie del líquido y el área:

$$\sigma = \frac{\text{Energía}}{\text{Área}} = \frac{N \cdot m}{m^2} = \frac{N}{m}$$

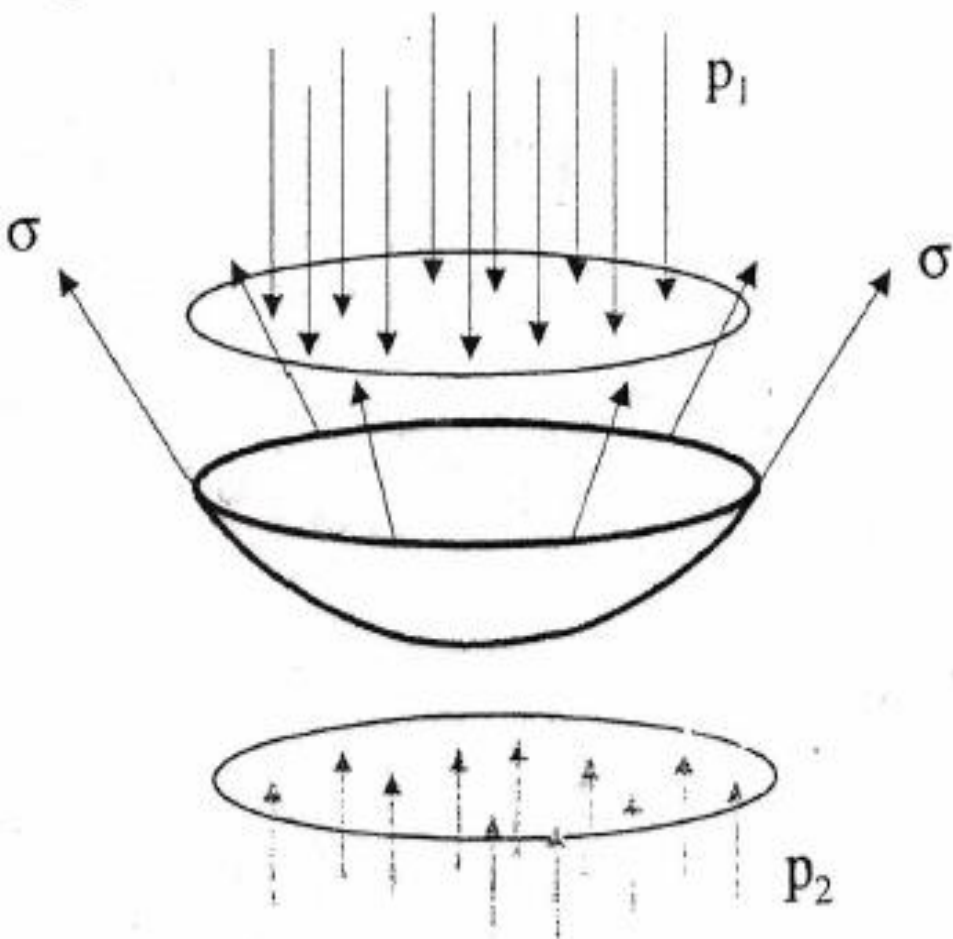
Tensión Superficial

Salto de presión en interfase con forma de casquete esférico:

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \cdot \cos \theta + p_2 \cdot \pi \cdot R^2 = p_1 \cdot \pi \cdot R^2$$



$$p_1 - p_2 = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{R}$$



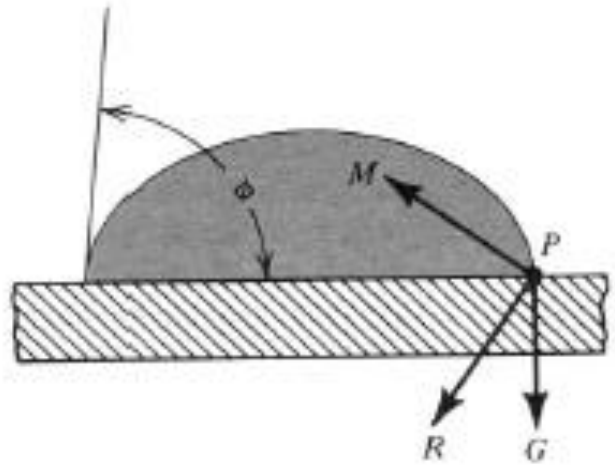
Efectos de Capilaridad

Agua

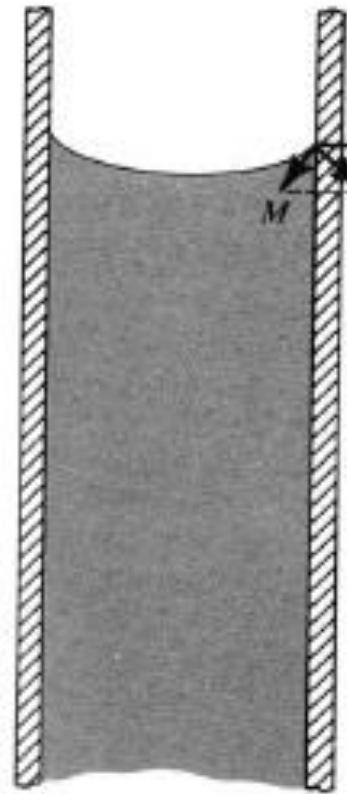
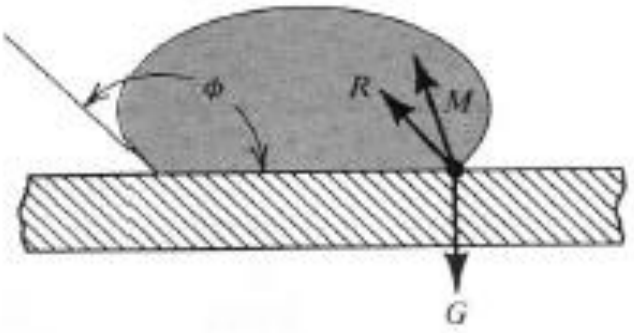
Mercurio

$$F_{Adhesión} > F_{Cohesión}$$

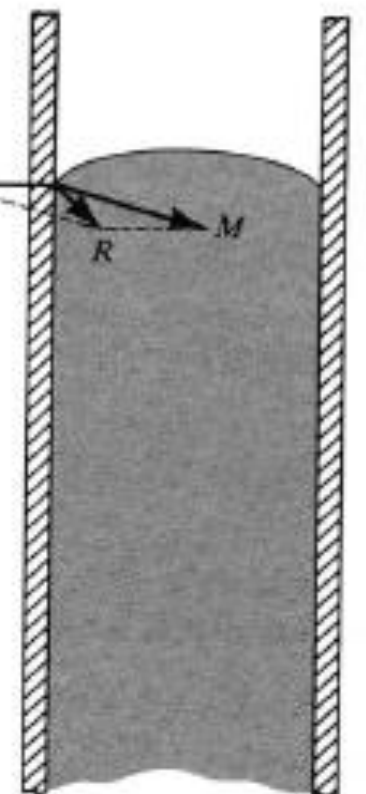
$$F_{Adhesión} < F_{Cohesión}$$



(a)



(a)



(b)

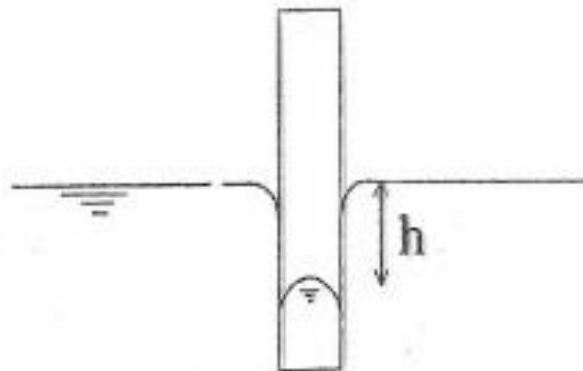
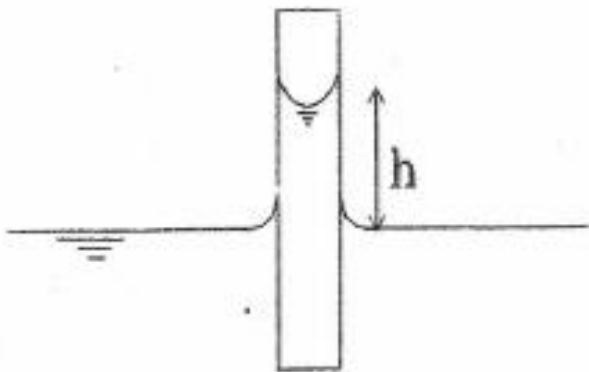
Tensión Superficial

Ascenso / Descenso capilar:

En longitudes características pequeñas, las fuerzas de tensión superficial dominan a las de la gravedad

$$\left. \begin{array}{l} F_{\sigma} \approx \sigma \cdot L_c \\ F_g \approx \rho \cdot L_c^3 \cdot g \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\frac{F_{\sigma}}{F_g} \approx \frac{\sigma}{\rho \cdot L_c^2 \cdot g}} \left\{ \begin{array}{l} \ll 1 \rightarrow \text{Contorno} \\ \geq 1 \rightarrow \text{Ascenso / Descenso} \end{array} \right.$$

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \cdot \cos \theta = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot g$$



$$\boxed{h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{\rho \cdot g \cdot R}}$$

PROPIEDADES DEL AGUA

Temperatura °C	Densidad ρ kg / m ³	Viscosidad $\mu \times 10^3$ Ns / m ²	Módulo de Elasticidad Volumétrica $E_v \times 10^7$ N / m ²
0	999.9	1.792	204
5	1000.0	1.519	206
10	999.7	1.308	211
15	999.1	1.140	214
20	998.2	1.005	220
25	997.1	0.894	222
30	995.7	0.801	223
35	994.1	0.723	224
40	992.2	0.656	227
45	990.2	0.599	229
50	988.1	0.549	230
55	985.7	0.506	231
60	983.2	0.469	228
65	980.6	0.436	226
70	977.8	0.406	225
75	974.9	0.380	223
80	971.8	0.357	221
85	968.6	0.336	217
90	965.3	0.317	216
95	961.9	0.299	211
100	958.4	0.284	207

PROPIEDADES DEL AIRE

Temperatura °C	Densidad ρ kg / m ³	Viscosidad Dinámica μ Ns / m ²
-40	1.514	1.57 E-5
-20	1.395	1.63 E-5
0	1.292	1.71 E-5
5	1.269	1.73 E-5
10	1.247	1.76 E-5
15	1.225	1.80 E-5
20	1.204	1.82 E-5
25	1.184	1.85 E-5
30	1.165	1.86 E-5
40	1.127	1.87 E-5
50	1.109	1.95 E-5
60	1.060	1.97 E-5
70	1.029	2.03 E-5
80	0.9996	2.07 E-5
90	0.9721	2.14 E-5
100	0.9461	2.17 E-5
200	0.7461	2.53 E-5
300	0.6159	2.98 E-5
400	0.5243	3.32 E-5
500	0.4565	3.64 E-5
1000	0.2772	5.04 E-5

ρ (agua) = 1 000 kg/m³

μ (agua, 20°C)=1.005 * 10⁻³= 0.001 Ns/m² (Pa s)

K (agua, 20°C)=220 * 10⁷=2.2* 10⁹ N/m² (Pa) = 22 000 bar

ρ (aire) = 1.2 kg/m³

μ (aire, 20°C)=1.82 * 10⁻⁵= 0.0000182 Ns/m²

EJEMPLOS

Calcular la presión que existe dentro de un cilindro de 400 lts que contiene 80 Kg de CO₂ a 50 ° C. Hacer el cálculo considerando al gas como ideal y luego como gas real.

1) Gas ideal:

$$P \cdot v = n \cdot R \cdot T$$

$$n = m / PM$$

$$P \cdot V = m / PM \cdot R \cdot T$$

$$R = 0.082 \quad \text{lt} \cdot \text{Atm} / ^\circ \text{K} \cdot \text{g mol}$$

$$R = 0.082 \quad \text{m}^3 \cdot \text{Atm} / ^\circ \text{K} \cdot \text{Kg mol}$$

CO₂
T=50°C
V=400 lt
m=80 Kg

$$P = 120.39 \text{ atm}$$

2) Como gas real:

$$P \cdot V = z \cdot n \cdot R \cdot T$$

$$(P + a \cdot n^2 / v^2) + (v - n \cdot b) = n R T$$

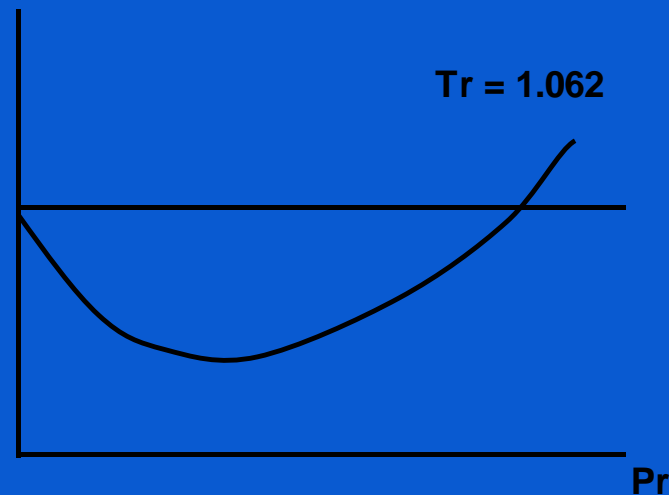
Ec. De Van der Waals.

$$P_c \text{ co2} = 72.9 \text{ atm}$$

$$T_c \text{ co2} = 304.1 \text{ °K}$$

$$Pr = P / P_c = P / 72.9 \quad Tr = T / T_c = (50 + 273) / 304 = 1.062$$

z



$$Z = P \cdot V / n \cdot R \cdot T = \frac{0.4 \cdot P}{80 / 44 \cdot (0.082) \cdot (50 + 273)}$$

Efectuando tanteos (aproximaciones sucesivas):

Pr supuesta

Z calculada Z diagrama

2	1.21	0.37	Zc =	1.211
1	0.6	0.6	Zc =	0.606

$$P = 72.9 \text{ atm}$$

3) Aplicando la ecuación de Van der Waals.

De tablas para e CO₂:

$$a = 3.592 \frac{\text{lt}^2 \cdot \text{Atm}}{\text{gmol}}$$

$$b = 0.04267 \text{ lt / gmol}$$

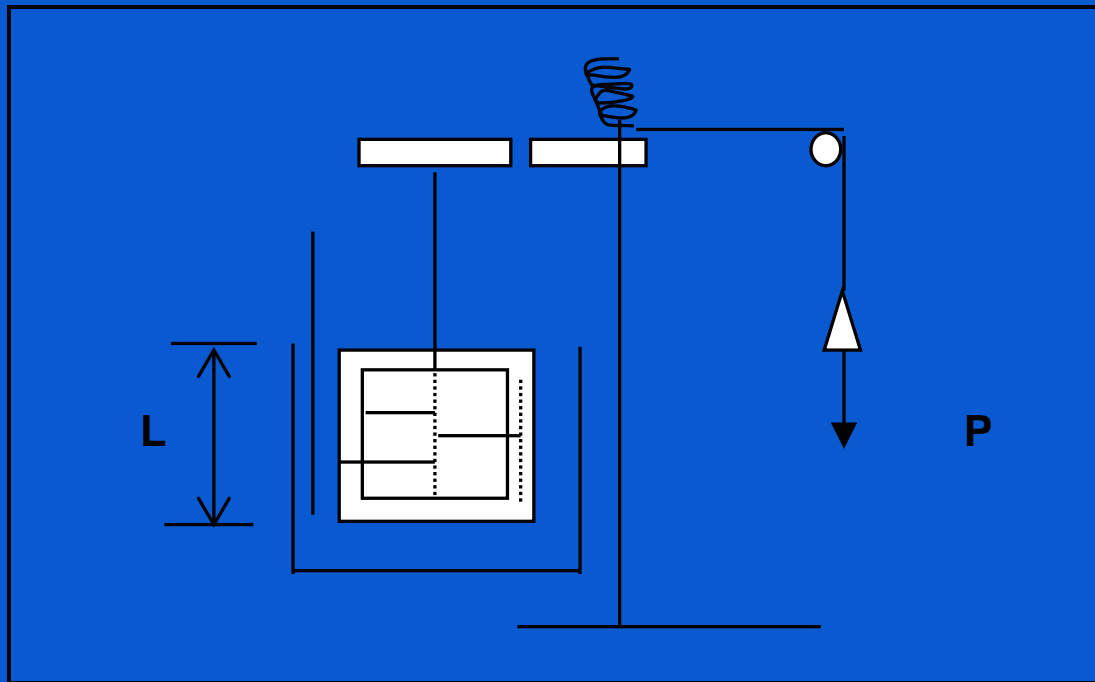
$$n = 80 / 44 : 1.818 \text{ Kg mol} = 1,818 \text{ g mol}$$

$$P + 74.20 \quad 322.43 \quad = \quad 48151.55$$

$$P = 75.14 \text{ atm}$$

Un cilindro de 3 cm de radio gira concéntricamente con otro cilindro fijo de 3.2 cm de radio. Ambos tienen una longitud (h) de 7 cm. Determinar la viscosidad del líquido que llena el espacio entre los 2 cilindros si se necesita un par de 6 Kgfc_m para mantener una velocidad angular de 60 rpm. Expresar el resultado en centipoise.

Viscosímetros rotativos (Stormer):



El par se transmite al cilindro exterior a través del fluído. En el equilibrio, el par resistente es igual al par aplicado (T).

$$T = \tau A r$$

$$\tau = (-) \mu \cdot dv / dy$$

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$$

$$T = -\mu \, dv / dr \, 2 \pi \, r \, L$$

$$T = -2 \pi L \mu r^2 / dr \, dv$$

$$\left| \begin{array}{l} r_2 \\ \frac{dr}{r^2} \\ r_1 \end{array} \right| = \frac{-2 \pi L \mu}{T} \left| \begin{array}{l} 0 \\ dv \\ v \end{array} \right|$$

gira el cilindro interior (r1) $V_t = \omega r = 2\pi n/60 r$

$$\begin{vmatrix} -1/r_2 \\ r/r_1 \end{vmatrix} = \frac{2\pi L \mu}{T} \begin{vmatrix} v \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$(1/r_1 - 1/r_2) = \frac{2\pi L \mu}{T} \frac{2\pi n r_1}{60}$$

$$\mu = \frac{T}{\frac{2\pi^2 L n r_1}{30}} (1/r_1 - 1/r_2)$$

$$V = 18.84 \text{ cm/seg}$$

$$\mu = \frac{(1/3 - 1/3.2) 6}{2 \cdot 3.14 \cdot 7 \cdot 18.84}$$

$$\mu = 0.00015093 = 0.1509 \text{ din seg/cm}^2 = 0.1509 \text{ poise}$$

$$\mu = 15.08 \text{ cp}$$

En base a Ec. De Hagen-Poiseuille

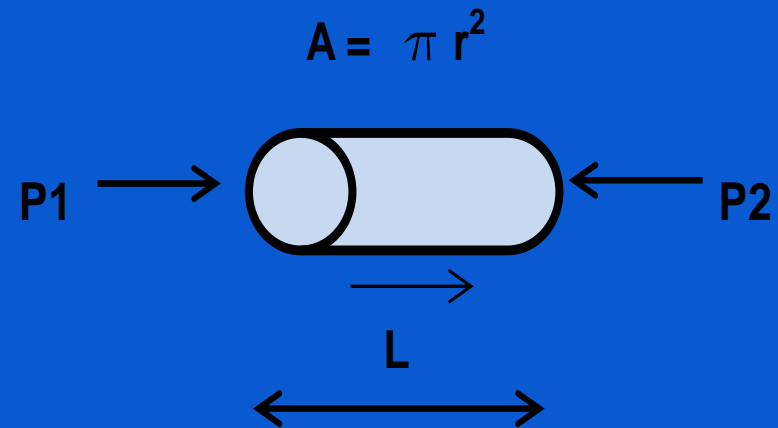
$$V_{med} = \Delta p / 8 \mu L * r^2$$

$$Q = V_{med} * A = \text{Volumen} / t$$

$$\text{Vol} = V_{med} A t = \Delta P r^2 \pi r^2 t / 8 \mu L$$

$$\mu = \pi r^4 \Delta P t / 8 \text{Vol} L$$

$$\mu = \text{cte} * t$$



COMPRESIBILIDAD

Calcular cuanto se reducirá un volumen de 1 m³ de los líquidos que abajo se detallan, cuando se aumenta la presión de 1 a 11 Kg /cm².

$$c = -1/v \quad \Delta v / \Delta p = 1 / Ev$$

c

agua=	0.000049 cm ² /Kg	$\Delta v = 0.49$
bencina=	0.000092 cm ² /Kg	$\Delta v = 0.92$
mercurio=	0.0000039 cm ² /Kg	$\Delta v = 0.039$
petróleo =	0.000085 cm ² /Kg	$\Delta v = 0.85$

Politrópica

$$P V^n = \text{cte}$$

$$dP V^n + P V n^{(n-1)} dV = 0$$

$$dP = -P n V^{(n-1)} dV / V^n$$

$$dP = -n P dV / V$$

$$-dP/dV/V = E_v = n P$$

Isotérmica

$$n=1$$

$$E_v = P$$

Adiabática

$$n=k$$

$$E_v = k P \quad k = c_p / c_v \quad \text{aire } K = 1.41$$

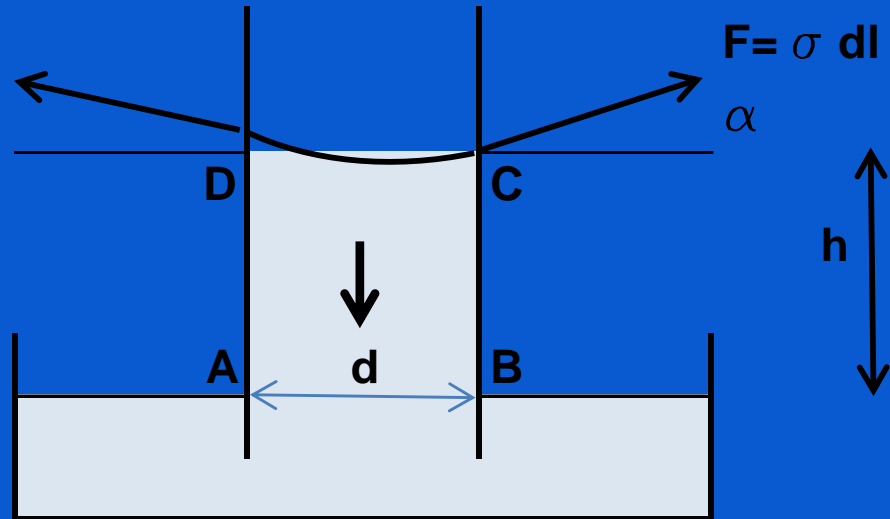
Adiabáticas:

$$P_1 V_1^K = P_2 V_2^K$$

$$T_1 V_1^{(K-1)} = T_2 V_2^{(K-1)}$$

Tensión superficial

σ = tensión superficial = σ



$$\sigma \int dl \sin \alpha - \gamma \left(\frac{\pi d^2}{4} h \right) = 0$$

Fuerza debida a la tensión superficial en sentido vertical menos peso del volumen ABCD = cero en el equilibrio

$$\sigma \int dl \sin \alpha = \gamma \left(\frac{\pi d^2}{4} h \right)$$

$$\sigma \pi d \sin \alpha = \gamma \left(\frac{\pi d^2}{4} h \right)$$

$$h = \frac{4 \sigma \sin \alpha}{\gamma d}$$

Surge gas a 100 atm de presión y 80°C :								
Metano	40%							
etano	2%							
nitrógeno	58%							
Qué volumen ocupan 1000 Kg masa de esos gas y cuál es su densidad absoluta?								
$P_{sc} = P_{Cch4} x ch4 + P_{Cco2} x co2 + P_{Cn2} x n2$				$P_{sr} = P / P_{sc}$				
$T_{sc} = T_{Cch4} x ch4 + T_{Cco2} x co2 + T_{Cn2} x n2$				$T_{sr} = T / T_{sc}$				Z= 0.96
PM m= Sum (Pmi xi) = 23.24 Kg/Kmol								
n = G/PMm = 43.02 Kgmol								
$PV = zn R T$		T= 80°C + 273°						

Vol=11.95 m3

$\delta = \text{Masa/Vol} =$

83.6507 Kg/m3

FLUIDO

REPASO

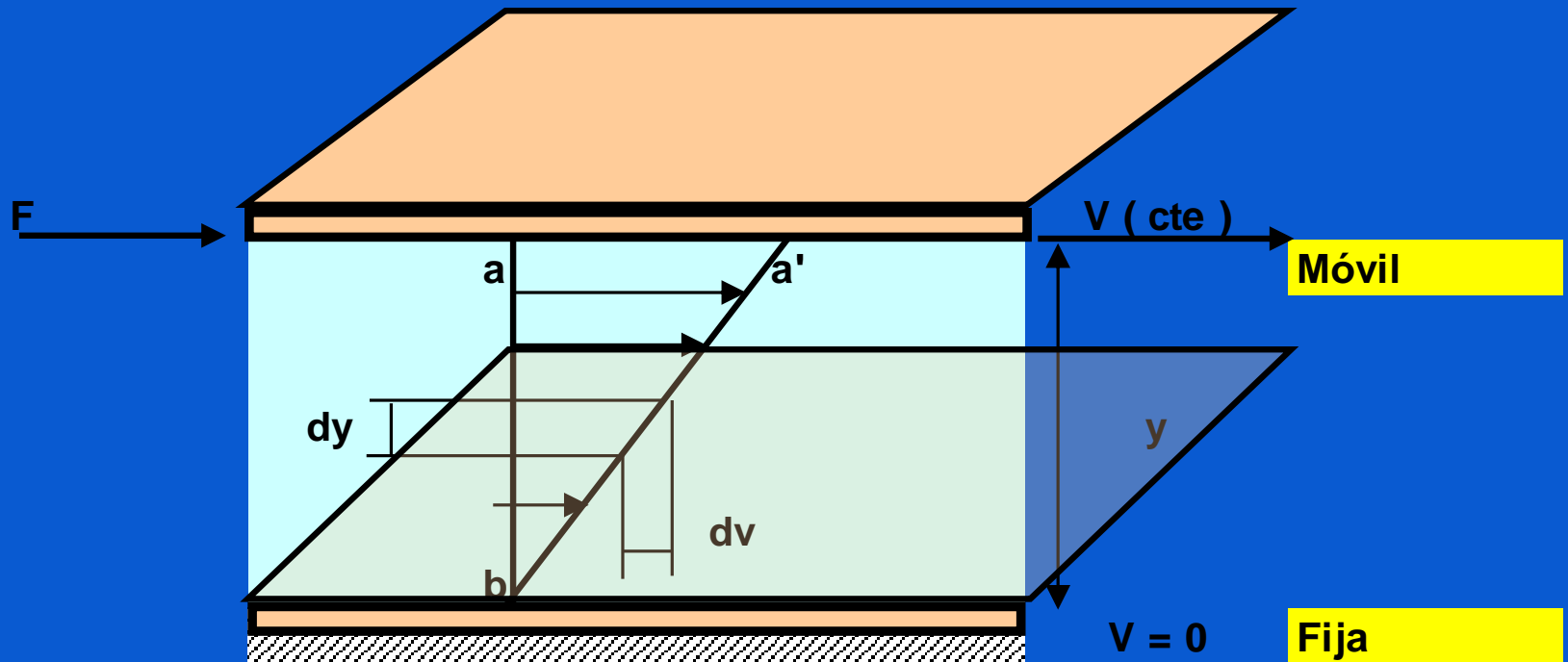
Es una sustancia que se deforma continuamente cuando se le aplica un esfuerzo de corte.

Esfuerzo es el cociente entre una fuerza y la superficie sobre la que actúa.

Fluidos: Líquidos y gases.

LEY DE NEWTON DE LA VISCOSIDAD

Se consideran dos placas planas paralelas y cercanas entre sí, suficientemente largas como para despreciar las condiciones de borde. La placa inferior es fija, la superior es móvil y un fluido se encuentra entre las mismas. Al aplicar una fuerza F a la superior, ésta adquiere una velocidad V originando un esfuerzo de corte F/A .



La línea ab se desplaza a a'b.

Cuando la fuerza aplicada, por más pequeña que sea, mueve la placa superior, estamos en presencia de un fluido. El fluido se mueve a la velocidad del contorno. La distribución de velocidades es lineal, aumentando desde cero en el punto b hasta V en el punto a. Es decir, se mueven como verdaderas láminas paralelas.

$$F = \mu \cdot A \cdot V / L$$

$$\tau = F / A$$

$$\tau = \mu \cdot dv / dy$$

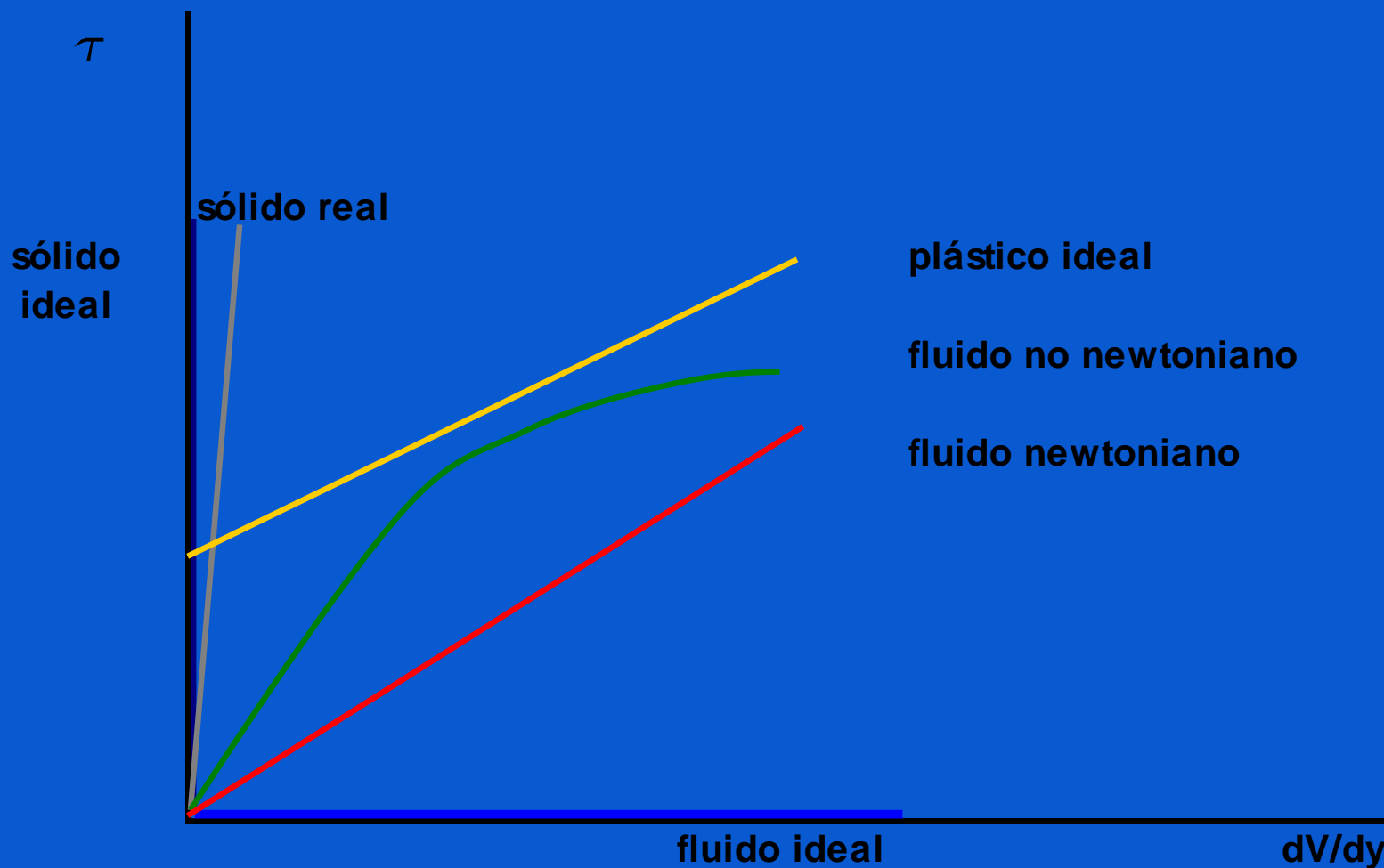
τ = Esfuerzo de corte.

dv / dy = Gradiente de velocidades.

μ = Resistencia opuesta a las fuerzas cortantes: viscosidad absoluta o dinámica.

Si el fluido cumple con esta ley, se lo llama **newtoniano**. Si no existe relación lineal entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación, es un fluido **no newtoniano**.

En un líquido, al aumentar la temperatura disminuye la viscosidad. En un gas al aumentar la temperatura, aumenta la viscosidad. Esto se debe a un estado de mayor agitación molecular.



Magnitudes y unidades

Sistema Técnico :

(F , L, T)

$$[\mu] = [F] \cdot [T] \cdot [L] / [L]^2 \cdot [L]$$

$$[\mu] = [F] \cdot [T] \cdot [L]^{-2}$$

$$\frac{\text{Kgf}}{\frac{\text{m}^2 \cdot \text{m}}{\text{seg} \cdot \text{m}}}$$

$$\frac{\text{Kgf} \cdot \text{seg.}}{\text{m}^2}$$

CGS:

$$\frac{\text{dina} \cdot \text{seg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{seg.}}$$

(poise)

Viscosidad cinemática:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Densidad

$$\rho = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}}$$

Peso específico

$$\gamma = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$

Peso

$$P = m \cdot g$$

$$\gamma = \rho \cdot g$$

Peso específico relativo:

$$\gamma_r = \text{Peso específico de la sustancia} / \text{Peso específico de una sustancia de referencia}$$

Para el agua $\gamma = 1,000.0 \text{ Kg / m}^3$

$$\gamma_r = \rho_r$$

Gas ideal y gas real

Ecuación de estado:

Gases ideales

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

P: Presión
V: Volumen
n: Número de moles
R: Constante universal
T: Temperatura absoluta

$$P \cdot V = m / M \cdot R \cdot T$$

$$n = m / M$$

m : masa
M : Peso molecular

$$P \cdot v = R \cdot T$$

$v = V / M$
v = Volumen específico

$R = R / M$
R = Constante particular del gas.

$$P = \rho \cdot R \cdot T$$

$$v = 1 / \rho$$

Gases reales:

$$P \cdot V = Z \cdot n \cdot R \cdot T$$

$Z =$ Factor de compresibilidad.

$$Z = f(P_r, T_r)$$

$P_r =$ Presión reducida.

$T_r =$ Temperatura reducida.

$$P_r = P / P_c$$

$P_c =$ Presión crítica.

$$T_r = T / T_c$$

$T_c =$ Temperatura crítica.

Para una mezcla de gases reales se utilizan parámetros pseudocríticos y parámetros pseudorreducidos.

COMPRESIBILIDAD

Suponiendo un cubo diferencial que por una variación de presión delta P, pasa de un volumen inicial Vo a un volumen final Vf, originando un cambio delta V, se define:

$$c = -1 / V_0 \Delta V / \Delta P$$

$$K = - \Delta P / \Delta V / V$$

Los gases, los líquidos y las rocas son compresibles, aunque en diferente medida cada uno.

A la inversa de la compresibilidad C, se la llama módulo de elasticidad volumétrico (Ev).

Ambos se encuentran tabuladas para distintas sustancias.

