Programa del curso: Análisis Geométrico

Profesor responsable: Dr. Pablo Daniel Ochoa
e-mail: ochopablo@gmail.com
Cantidad de horas: 80 hs.

Objetivos del curso:

- Introducir y aplicar conceptos básicos de teoría de la medida y del análisis geométrico.
- Propiciar la aplicación y extensión de técnicas propias del análisis de funciones en R^n a espacios de medida más abstractos.
- Brindar herramientas esenciales del análisis matemático, como las fórmulas de área y co-área, propiedad de Lusin y diferenciabilidad en espacios métricos, de amplio uso en ecuaciones diferenciales, teoría geométrica de la medida, control óptimo y análisis funcional.

Contenidos analíticos:

Unidad 1: Teoría de la medida en R^n
Nociones de la teoría general de la medida. Medida Hausdorff. Teorema de Radamacher. Fórmula de área y fórmula de co-area. Aplicaciones. Funciones convexas. Teorema de Aleksandrov. Diferenciabilidad aproximada. Teorema de Stepanoff.

Unidad 2: Teoría de la medida en espacios métricos y diferenciación
Espacios métricos de medida. Medida Q-regular y doubling. Teorema del cubrimiento. Teorema de diferenciación de Lebesgue en espacios métricos de medida. Teorema de Whitney de diferenciabilidad aproximada en espacios métricos.

Unidad 3: Fórmula de área en espacios métricos
Propiedad de Lusin. Condiciones suficientes para la propiedad de Lusin. Fórmulas de áreas en espacios métricos de medida.

Régimen de aprobación:

Los alumnos deberán entregar las prácticas resueltas. Deberán tener correcto por lo menos el 60 % de las mismas para poder rendir el examen final.
El curso se aprueba con un examen final favorable. Dicho examen consiste de la exposición de un trabajo científico vinculado a las temáticas del curso. Se dará una lista de temas durante el cursado para que los estudiantes puedan decidir.

Cronograma (cada tema incluye actividades teóricas y prácticas):

Martes 2/10: Teorema de Radamacher-Teorema de Stepanoff-Funciones convexas y teorema de Aleksandrov.

Martes 9/10: Diferenciabilidad en espacios métricos-Teorema de Kirchehim

Martes 16/10: Teorema de extensión de Whitney-Diferenciabilidad aproximada-Propiedad de Lusin-Teorema de Stepanoff-Whitney.

Martes 23/10: Medida Hausdorff-Propiedad N de Lusin.

Martes 30/10: Fórmula de Área.

Martes 6/11: Fórmula de co-Área-Aplicaciones.

Martes 13/11: Prueba del teorema de extensión de Whitney.

Martes 20/11: Diferenciabilidad de funciones entre espacios métricos y espacios de Banach.

Martes 27/11: Caracterización de tipo Whitney de funciones aproximadamente diferenciables en espacios métricos de medida.

Martes 4/12: Fórmulas de área en espacios métricos.

Martes 11/12-18/12: Exámenes finales (fechas tentativas)

Bibliografía:

- Cheeger, J. Differentiability of Lipschitz functions on metric measure spaces. Geom. Funct. Anal. 9 (1999), 428-517.
- Durand-Cartagena, E., Ihnatsyeva, L., Korte, R. and Szumanska, M. On whitney-type characterization of approximate differentiability on metric measure spaces. Canad. J. Math. 66 (2014), 721-742.
- Evans, L. and Gariepy, R. Measure theory and fine properties of functions. CRC PRESS. 1992.
- Federer, H. Geometric measure theory. Springer. 1996.
- Heinonen, J. Lectures on Analysis on metric spaces. Springer. 2001.
- Magnani, V. An area formula in metric spaces. Colloq. Math. 124 (2011), 275-283.